

Геометрия, 8В, домашнее задание 10 → 15 марта.

1. В четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $B$  и  $D$  прямые. Диагональ  $AC$  образует со стороной  $AB$  угол  $40^\circ$ , а со стороной  $AD$  – угол  $30^\circ$ . Найдите угол между диагоналями четырёхугольника.
2. Точка  $O$  – центр описанной окружности остроугольного треугольника  $ABC$ . Описанная окружность треугольника  $AOB$  касается прямой  $AC$ . Докажите, что  $AB = AC$ .
3. В окружность  $\omega$  вписан треугольник  $ABC$ . Хорда  $AA'$  перпендикулярна  $BC$ , хорда  $BB'$  перпендикулярна  $AC$ , хорда  $CC'$  перпендикулярна  $AB$ . Докажите, что  $A'A$ ,  $B'B$  и  $C'C$  – биссектрисы углов треугольника  $A'B'C'$ .
4. Точки  $O$  и  $I$  – центры описанной и вписанной окружностей треугольника  $ABC$ ,  $M$  – середина дуги  $AC$  описанной окружности (не содержащей точки  $B$ ). Найдите  $\angle ABC$ , если  $MI = MO$ .
5. На продолжении стороны  $AD$  вписанного четырёхугольника  $ABCD$  за точку  $D$  отмечена точка  $E$ , такая, что  $AC = CE$  и  $\angle BDC = \angle DEC$ . Докажите, что  $AB = DE$ .
6. Внеписанная окружность треугольника  $ABC$  касается его стороны  $BC$  в точке  $A_1$ , продолжения стороны  $AC$  – в точке  $B_1$ . Точка  $H$  – проекция  $B$  на биссектрису  $\angle CAB$ . Докажите, что точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $H$  лежат на одной прямой.
7. На окружности по одну сторону от диаметра  $PQ$  взяты точки  $M$  и  $N$ , а на диаметре – точка  $T$  так, что  $\angle MTP = \angle NTQ$ . Докажите, что описанная окружность треугольника  $NTM$  проходит через центр данной окружности.
8. На полуокружности с диаметром  $AB$  выбраны точки  $C$  и  $D$ . Точка  $E$  симметрична  $A$  относительно середины хорды  $CD$ . Докажите, что  $CD \perp EB$ .