

Геометрия, 8В, домашнее задание 02 → 08 декабря.

1. Чевяны AM и BN треугольника ABC пересекаются в точке Q . Известно, что $AN : NC = 4 : 7$. Известно также, что отношения $AQ : QM$ и $CM : MB$ равны между собой. Найдите, чему именно они равны.
2. O — центр параллелограмма $ABCD$. Докажите, что инцентры треугольников AOB , BOC , COD , DOA — вершины ромба.
3. Каждая из трёх прямых, параллельных сторонам и проходящих через инцентр треугольника, отсекают от него некоторый треугольник. Докажите, что сумма периметров отсечённых треугольников вдвое больше периметра исходного треугольника.
4. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ выбраны точки P и Q соответственно так, что $PQ \parallel AD$. Пусть $PC \cap BQ = R$ и $AQ \cap DP = S$. Докажите, что отрезок RS делит отрезок PQ пополам.
5. Дан треугольник ABC . Точка B_1 делит пополам длину ломаной ABC (составленную из отрезков AB и BC), точка C_1 делит пополам длину ломаной ACB , точка A_1 делит пополам длину ломаной CAB . Через точки A_1 , B_1 и C_1 проводятся прямые l_A , l_B и l_C , параллельные биссектрисам углов BAC , ABC и ACB соответственно. Докажите, что прямые l_A , l_B и l_C пересекаются в одной точке.
6. (Миша Н. вместо решения рисует смайлик :) В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD = 9$, $BC = 4$), на сторонах AB и CD выбраны точки P и Q соответственно так, что $PQ \parallel AD$ и $PQ = 6$. Докажите, что $PC \parallel AQ$.
7. (Аня вместо решения рисует смайлик :) На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки K и M соответственно так, что $AC \parallel MK$. Прямые AM и CK пересекаются в точке O . Известно, что $AO = AK$ и $MK = MC$. Докажите, что $AM = BK$.
8. В треугольнике ABC провели биссектрису CL и чевиану BK . Найдите $\angle CLK$, если $\angle KBC = 20^\circ$ и $\angle KBA = 80^\circ$.