

Геометрия, 8В, домашнее задание 18 → 24 ноября.

1. Нарисуйте треугольник с пересекающимися чевианами, отметьте точки пересечения. У Вас на чертеже есть четыре отрезка, которые точка делит в каком-то отношении. Задайте два любых отношения, используя по разу числа 1, 5, 4, 3 (например, 1 : 5 и 3 : 4 или что-то вроде того). Применяя теорему Менелая, найдите два остальных отношения.

2. Из середины медианы AM равнобедренного треугольника ABC опущен перпендикуляр на его основание AC . В каком отношении основание перпендикуляра делит основание треугольника?

3. Дана трапеция с основаниями a и b . Отрезок с концами на боковых сторонах трапеции и параллельный её основаниям делится диагональю трапеции на части, которые относятся так же, как относятся основания. Найдите его длину.

4. Дан равносторонний треугольник ABC . На продолжении стороны AB за точку A взяли точку D так, что $AD = 1$. На продолжении стороны BC за точку C взяли точку E так, что $CE = 8$. На продолжении стороны AC за точку A взяли точку F так, что $AF = 3$. Оказалось, что точки D , E и F лежат на одной прямой. Найдите сторону треугольника.

5. В неравностороннем треугольнике ABC проведены биссектрисы BB_1 и CC_1 . Кроме того провели биссектрису внешнего угла при вершине A , которая пересекла прямую BC в точке A_1 . Докажите, что A_1 , B_1 , C_1 лежат на одной прямой.

6. Точка E на стороне BC параллелограмма $ABCD$ такова, что $AE \perp BD$. Точка F на стороне AD равноудалена от вершин B и D . Докажите, что $DF = AF + BE$.

7. В треугольнике ABC , у которого $\angle ABC = 120^\circ$ проведена биссектриса BL . Докажите, что $\frac{1}{BA} + \frac{1}{BC} = \frac{1}{BL}$.

8. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Пусть серединные перпендикуляры к его диагоналям пересекаются в точке P . В треугольниках APB , BPC , CPD , DPA проведены биссектрисы PK , PL , PM , PN соответственно. Докажите, что $KLMN$ – параллелограмм.