

**8 математический класс 1543. Алгебра.  
28 сентября 2022**

**1**    **а** Разложите  $x^{10} - 1$  на четыре множителя.

**б** Разложите  $x^{12} - 1$  на пять множителей.

**2** Разложите на множители

**а**  $16x^2 - 24xy + 9y^2 + 40x - 30y + 25$ ;

**б**  $x(y - z)^2 + y(x - z)^2 - z(x + y)^2 + 4xyz$ ;

**с**  $xy(x^2 - y^2) + yz(y^2 - z^2) + zx(z^2 - x^2)$ ;

**д**  $x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2y^2z^2 - 2z^2x^2$ .

**3** Найдите остаток от деления  $1543x^{2022} - 666x^{42} - 314$  на  $x^2 - x$ .

**4**    **а** Найдите наибольшее значение выражения  $4xy + 2y + 7 - x^2 - 5y^2$ . При каких значениях переменных оно достигается?

**б** Докажите, что значение выражения  $2x^2 - 6xy + 10y^2 - 4x + 2y + 8$  всегда строго больше 3.

**5** Известно, что  $a + b + c = 0$ . Докажите, что  $a^3 + a^2c - abc + b^2c + b^3 = 0$ .

**6** Известно, что  $a = b + 1$ . Упростите выражение

$$(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})$$

**7** Докажите, что  $xy + yz + zx = x^2 + y^2 + z^2$  в том и только том случае, если  $x = y = z$ .

**8\*** Разложите на множители  $a^3(b^2 - c^2) + b^3(c^2 - a^2) + c^3(a^2 - b^2)$