

**8 математический класс 1543. Алгебра.  
24 сентября 2022**

**1** Разложите на множители

**a**  $a^3 + 4a^2 + 6a + 3$ ;      **b**  $2xy(2y - x) - 2yz(2y - z) + xz(x - z)$ ;

**c**  $xy(x^2 - y^2) + yz(y^2 - z^2) + zx(z^2 - x^2)$ .

**Теорема (Безу+).** При делении многочлена  $P(x)$  с остатком на  $(x - a)$ , то в остатке получится число  $P(a)$ :

$$P(x) = (x - a)Q(x) + P(a).$$

**2** Найдите остаток от деления  $x^{243} + x^{81} + x^{27} + x^9 + x^3 + x$  на  $x + 1$ .

**3** Многочлен  $P(x)$  дает остаток 1 при делении на  $x - 2$  и остаток 2 при делении на  $x - 1$ . Какой остаток дает этот многочлен при делении на  $x^2 - 3x + 2$ ?

Подсказка: при делении на многочлен второй степени в остатке получается многочлен первой степени. Поэтому  $P(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$ . А как теперь найти  $a$  и  $b$ ?

**4** Найдите остаток от деления  $x^{2022} + x + 2$  на  $x^2 - 1$ .

**5** Найдите наибольшее значение выражения  $4xy + 2y + 7 - x^2 - 5y^2$ . При каких значениях переменных оно достигается?

**6\*** Найдите остаток от деления  $x^{42} + x^{35} + x^{28} + x^{21} + x^{14} + x^7 + 1$  на  $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ .

**Домашнее задание. 24 сентября → 27 сентября**

Мы прошли несколько новых способов раскладывать многочлен на множители:

- Прибавить и отнять какой-то квадрат, а затем воспользоваться формулой разности квадратов. (Например,  $x^4 + x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ .)
- Использование формул сокращенного умножения  $a^n - b^n = \dots$  и  $a^{2n+1} + b^{2n+1} = \dots$
- Использование теоремы Безу. Угадываем корень  $a$  многочлена и делим этот многочлен на скобку  $(x - a)$ .
- Использование теоремы Безу для нескольких переменных. Если многочлен обнуляется при подстановке  $x = y$  то в разложении этого многочлена есть скобка  $(x - y)$ . А если он обнуляется при подстановке  $y = -2z$ , то в разложении есть скобка  $(y + 2z)$ , и т.д.

Придумайте примеры на разложение многочленов, которые решаются этими способами, минимум по одному многочлену на каждый способ. Оставьте после каждого примера место, куда я смогу написать разложение (самим писать его не надо, дайте мне возможность порешать самостоятельно).

Будет круто, если вы сможете придумать примеры, над решением которых мне нужно будет как следует подумать.

Пожалуйста, выполняйте задание на отдельном листочке.