

8 математический класс 1543. Алгебра. 2 февраля 2023.

1 Найдите все значения a , при которых у уравнения $x^2 - 2(a-1)x + a + 1 = 0$ есть два корня, больших 1.

2 При каких значениях a система уравнений $\begin{cases} x + 3y = 2a - 1, \\ x - y = a \end{cases}$ имеет решение $x > 0, y < 0$?

3 Решите совокупности неравенств:

a $\begin{cases} x < 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$ **b** $\begin{cases} x < 7 \\ x > 8 \end{cases}$ **c** $\begin{cases} -1 < x < 2 \\ 2 < x < 5 \\ x \geq 5 \end{cases}$ **d** $\begin{cases} \frac{3-2x}{5} < \frac{1-x}{2} \\ 2-3x > x \end{cases}$

4 Найдите все значения x , удовлетворяющие условию:

a $\begin{cases} -2 < 3x - 5 < 19 \\ 3x - 1 < 5 \\ 2x - 5 > 7 \end{cases}$ **b** $\begin{cases} x < 15 \\ 4 - 3x < -17 \\ x \geq 5 \\ 3 < x - 1 < 5 \end{cases}$ **c** $\begin{cases} 0 < x < 3 \\ \begin{cases} x \leq 1 \\ x > 5 \end{cases} \\ -2 < x \leq 5 \\ \begin{cases} x < 0, \\ x > 1. \end{cases} \end{cases}$

5 Решите неравенства:

a $(x-3)(x+5) > 0$; **b** $\frac{2x-5}{x+1} \geq 0$; **c** $x^2 - 3x + 2 \leq 0$; **d** $\frac{x+4}{2-3x} \geq 0$;
e $(-x^2 - 3)(3x + 7) \geq 0$; **f** $(x^2 - 10x + 25)(2x - 4) \leq 0$; **g** $(x-2)(2x-9)^2 > 0$.

6 Только тем, кто сделает все остальное.

a Докажите **неравенство о средних**: среднее арифметическое двух неотрицательных чисел a и b не меньше их среднего геометрического (то есть $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ при $a, b \geq 0$). Когда достигается равенство?

b Докажите, что $x + \frac{1}{x} \geq 2$ при $x > 0$.

7* Докажите неравенство $(a^2b^2 + 36) \left(\frac{a}{4b} + \frac{9b}{a} \right) \geq 36ab$ для $a, b > 0$. При каких значениях a и b имеет место равенство?

Домашнее задание. 2 февраля → 4 февраля

1 При каких значениях a один из корней уравнения $x^2 - 2(a+1)x + 4a + 1 = 0$ меньше 1, а другой больше 1?

2 При каких значениях a система уравнений $\begin{cases} 3x - y = 1 - a, \\ x + y = 2a + 1 \end{cases}$ имеет решение $x \geq 1, y \leq 4$?

3 Найдите все значения x , удовлетворяющие условию:

a $\begin{cases} -3x > -12 + x \\ \begin{cases} x < -2 \\ x \geq 1 \end{cases} \\ 2x + 1 > -x - 10 \end{cases}$ **b** $\begin{cases} \begin{cases} 1 < 2x - 1 < 5 \\ 2 \leq 3x - 1 < 11 \end{cases} \\ \begin{cases} 10 < 4x - 2 < 26 \\ 3 < 2x - 1 \leq 11 \end{cases} \end{cases}$

4 Решите неравенства:

a $(2-x)(x-8) < 0$; **b** $\frac{4x-3}{2x+5} \geq 0$; **c** $(9x^2 - 6x + 1)(x-5) \geq 0$.