

## 8 математический класс 1543. Алгебра. 26 января 2023.

Свойства неравенств:

- a Если  $a > b$  и  $b > c$ , то  $a > c$ .
- b Если  $a > b$ , то  $a + c > b + c$  для любого  $c$ .
- c Если  $a > b$ , то  $ac > bc$  для  $c > 0$  и  $ac < bc$  для  $c < 0$ .
- d Если  $a > b$  и  $c > d$ , то  $a + c > b + d$  и  $a - d > b - c$ .
- e Если  $a > b > 0$  и  $c > d > 0$ , то  $ac > bd$ .
- f Если  $a > b > 0$ , то  $a^n > b^n$  для любого натурального  $n$ . Для нечетного  $n$  условие  $b > 0$  не обязательно.
- g Если  $a^n > b^n$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ , то  $a > b$ . Для нечетного  $n$  положительность  $a$  и  $b$  необязательна.

**Определение. Решение неравенства** — такое значение переменной, которое обращает неравенство в верное числовое неравенство. **Решить неравенство** — найти все его решения или доказать, что их нет.

Решения неравенств можно записывать в разном виде:

Неравенство	промежуток	изображение
$x > a$	$(a; +\infty)$	
$x < a$	$(-\infty; a)$	
$x \geq a$	$[a; +\infty)$	
$x \leq a$	$(-\infty; a]$	

**1** Решите неравенства:

- a  $3 + \frac{x}{2} \leq 7 + x$ ;     b  $2(2 - 3x) > 3(x + 6) - 5$ ;     c  $\frac{x-1}{2} + \frac{x}{3} \leq \frac{1}{6}$ ;     d  $3(2x - 1) + 7 \geq 2(3x + 1)$ .
- e  $4(x - 2) - 1 < 2(2x - 9)$ .

**Определение.** Неравенства называются **равносильными**, если множества их решений совпадают.

Неравенство  $B$  является следствием неравенства  $A$ , если множество решений неравенства  $B$  включает в себя множество решений неравенства  $A$ .

**2** Равносильны ли неравенства:

- a  $\frac{1}{x} \leq 1$  и  $x \geq 1$ ;     b  $(x - 5)^2 < 0$  и  $|x - 4| < 0$ ;
- c  $3x + \frac{1}{x-3} > 6 + \frac{1}{x-3}$  и  $3x > 6$ ;     d  $(x - 2)(x^2 + 1) \leq 3(x^2 + 1)$  и  $x - 2 \leq 3$ ?

**3** При каких значениях  $a$  неравенства равносильны:

- a  $3x - a \geq 0$  и  $x - a - 1 \geq 0$ ;
- b  $3x + a \leq 0$  и  $2x - a + 4 < 0$ ;
- c  $3x - a \geq 0$  и  $ax - 3 \geq 0$ ?

**4** Является ли одно из неравенств в паре следствием другого:

- a  $3x - 5 \leq 0$  и  $6 - 5x \geq 0$ ;     b  $4x \geq 1$  и  $-5 - 2x \geq 0$ ;     c  $4x + 9 \geq 0$  и  $4 - 3x < 11$ ;
- d  $x + 1 \geq 0$  и  $(x + 1)(x^2 + 1) > 0$ ;     e  $x^2 + 2x + 1 > 0$  и  $x + 1 > 0$ ?

**5** При каких значениях  $a$

- a неравенство  $2x + a > 0$  является следствием неравенства  $x + 1 - 3a > 0$ ;
- b неравенство  $x + a - 3 > 0$  является следствием неравенства  $\frac{x}{2} + a - 1 \geq 0$ ;
- c неравенство  $ax < 1$  является следствием неравенства  $x > 1$ ?

**6** Решите неравенства:

- a  $5(x - 2) - 3 \leq \frac{9(x - 2)}{2} - 3(2x - 4)$ ;     b  $(3 - \sqrt{10})(2x - 7) < 0$ ;     c  $3\sqrt{11}(5 - 2x) > 10(5 - 2x)$ ;
- d  $\sqrt{6}(2 - x) > 5 - 2x$ ;     e  $\frac{2 - \sqrt{5}}{4 - 3x} \leq 0$ ;     f  $\frac{3 - 4x}{2x - 1} < -2$ .

- 7 При каких значениях  $a$  уравнение  $1 + 3x - ax = 2 + x$  имеет отрицательное решение?
- 8 При каких значениях  $a$  уравнение  $a(3x - a) = 6x - 4$  имеет хотя бы одно положительное решение?
- 9 При каких значениях  $a$  уравнение  $(1 - 3a)x^2 - 4x - 3 = 0$  имеет хотя бы один корень?
- 10\* Имеется 25 кусков сыра разного веса. Всегда ли можно один из этих кусков разрезать на две части и разложить сыр в два пакета так, что части разрезанного куска окажутся в разных пакетах, веса пакетов будут одинаковы и число кусков в пакетах также будет одинаково?

**Домашнее задание. 26 января → 28 января**

1 Решите неравенства:

a  $\frac{x-3}{2} > \frac{7(x-3)}{2} + 5(6-2x) + 14$ ;    b  $(1+x\sqrt{3})\sqrt{2} < x+2\sqrt{3}$ ;    c  $\frac{3+8x}{2x-5} > 4$ ;

2 При каких значениях  $a$  равносильны неравенства  $2x - a > 0$  и  $x + 2a - 3 > 0$ ?

3 При каких значениях  $a$  неравенство  $4x - 3a \geq 2$  следует из неравенства  $2a - x \leq 1$ ?

4 При каких значениях  $a$  уравнение  $(a-1)x^2 - (2a-3)x + a + 1 = 0$  имеет два различных корня?