

8 математический класс 1543. Алгебра.  
16 сентября 2022

1 Решите уравнения:

a  $z^2 + 13z + 22 = 0$ ;     b  $t^4 - 13t^2 + 36 = 0$ .

2 Составьте уравнения указанной степени, имеющие следующие корни:

- a квадратное с корнями 5 и 2;     b квадратное с корнями  $-1$  и 3;  
 c квадратное с корнями 0 и 1;     d кубическое с корнями 1,  $-2$  и 3;  
 e кубическое с корнями  $-1$ , 0 и 1;     f пятой степени с корнями  $-1$ , 0 и 1.

3  a Вспомните, что означает «разделить целое число  $a$  с остатком на ненулевое целое число  $b$ ». Разделите столбиком 15432022 на 42.

b Сформулируйте, что значит «многочлен  $P(x)$  делится на многочлен  $Q(x)$ ». А что значит «разделить многочлен  $P(x)$  с остатком на многочлен  $Q(x)$ »?

Как и целые числа, многочлены можно делить друг на друга с остатком (а если повезет, то и без остатка) столбиком.

4 Поделите столбиком один многочлен на другой.

- a (разбор)  $x^6 - 5x^5 + 8x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 23x - 12$  на  $x^2 - 2x + 3$ ;  
 b (разбор)  $x^7 + 3x^5 - 6x^3 + 2x^2 - 4$  на  $x^3 - x + 1$ ;  
 c  $x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 31x + 21$  на  $x - 3$ ;  
 d  $2x^5 - 3x^4 - 24x^3 + 39x^2 + 6x - 15$  на  $x^2 + 2x - 5$ ;  
 e  $x^8 - 1$  на  $x^4 + x^3 - 2$ .

5 Пусть некоторый многочлен делится без остатка на двучлен  $x - 1543$ . Какое значение принимает этот многочлен при  $x = 1543$ ?

**Определение.** Пусть правая часть уравнения равна нулю, а в левой записан многочлен. Корни такого уравнения называются *корнями многочлена*.

**Теорема (Безу).** Число  $a$  является корнем многочлена тогда и только тогда, когда этот многочлен делится на  $x - a$  без остатка.

6 Делится ли многочлен  $x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 14x + 12$  без остатка на:

- a  $x + 1$ ;     b  $x - 3$ ;     c  $x + 4$ ;     d  $x^2 - 2x - 3$ ;     e  $x^2 + 5x + 4$ ?

7 При каком значении  $k$  выполняется без остатка деление  $x^3 + 6x^2 + kx + 12$  на  $x + 4$ ?

8 Найдите такие  $a$  и  $b$ , чтобы многочлен  $x^4 - 3x^3 + 6x^2 + ax + b$  делился на  $x^2 - 1$  без остатка.

9 Решите уравнение, если известны некоторые его корни:

- a  $x^2 - 9x + 20 = 0$ , если  $x_1 = 4$ ;     b  $x^3 + 5x^2 - 12x - 36 = 0$ , если  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = -2$ .

10 Разделится ли без остатка:  a  $x^n - 1$  на  $x - 1$ ;     b  $x^{2n+1} + 1$  на  $x + 1$ ;

c  $x^{2n} + 1$  на  $x + 1$ ?

Выполните деление уголком (только там, где остатка не ожидается) и запомните полученные формулы.

11 Разложите на множители:  a  $x^3 + x^2 + x - 3$ ;     b  $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 5$ ;

c  $x^{100} + x^{99} + x^{98} + \dots + x^2 + x - 100$ .

12\* Пользуясь теоремой Безу, докажите тождество:

$$(x + 5)(x - 1)(y + 3) + (y + 5)(y - 1)(z + 3) + (z + 5)(z - 1)(x + 3)$$

$$-(x + 5)(x - 1)(z + 3) - (y + 5)(y - 1)(x + 3) - (z + 5)(z - 1)(y + 3) = (x - z)(z - y)(y - x)$$

Пожалуйста, не надо раскрывать скобки, я это проверять не буду.