

8 математический класс 1543. Алгебра.
7 декабря 2022

Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$. Тогда по теореме Безу справедливо следующее разложение на множители: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$. Иногда число a удобно внести внутрь одной из скобок.

Например, у уравнения $4x^2 - 17x + 4 = 0$ дискриминант равен $D = 289 - 64 = 225 = 15^2$. Его корни равны $x_1 = \frac{17+15}{2 \cdot 4} = 4$ и $x_2 = \frac{17-15}{2 \cdot 4} = \frac{1}{4}$. Поэтому

$$4x^2 - 17x + 4 = 4(x - 4) \left(x - \frac{1}{4}\right) = (x - 4)(4x - 1).$$

1 Разложите на множители:

a $x^2 - 7x - 30$; **b** $-3a^2 + 8a + 3$; **c** $x^2 - x - 3$; **d** $-1,5t^2 - 0,5t + 2$.

Уравнение, у которого левая и правая части являются дробно-рациональными выражениями, называются **дробно-рациональными уравнениями**. Иными словами, эти уравнения составлены из чисел и переменных при помощи операций сложения, вычитания, умножения и деления (в том числе на выражения с переменными).

Для решения дробно-рационального уравнения необходимо:

1) Перенести все слагаемые в одну половину.

2) Привести к общему знаменателю (получится «алгебраическая дробь = 0»).

3) Составить систему $\begin{cases} \text{числитель дроби} = 0 \\ \text{знаменатель дроби} \neq 0 \end{cases}$

4) Решить ее.

2 Решите уравнения:

a $\frac{x^2 + 2x}{x - 6} = \frac{5x + 18}{x - 6}$; **b** $\frac{x^2 + 4x}{x - 5} + \frac{9x + 50}{5 - x} = 0$; **c** $\frac{2 - 33y}{y - 4} = 7y$; **d** $\frac{3x^2 - 14x - 5}{3x^2 + x} = 0$;
e $\frac{2x - 5}{x + 5} + \frac{3x + 4}{x + 2} = 1$ **f** $\frac{5}{x^2 - 4x + 4} - \frac{4}{x^2 - 4} = \frac{1}{x + 2}$; **g** $\frac{2x - 10}{x^3 + 1} + \frac{4}{x + 1} = \frac{5x - 1}{x^2 - x + 1}$.

3 Решите уравнение при помощи замены:

a $\frac{x^2 + 4x}{7x - 2} - \frac{12 - 42x}{x^2 + 4x} = 7$; **b** $\left(\frac{4x - 5}{3x + 2}\right)^2 + \left(\frac{3x + 2}{5 - 4x}\right)^2 = 4,25$; **c*** $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$.

Домашнее задание. 7 декабря → 10 декабря

1 Решите уравнения:

a $\frac{3x^2 - 4x - 20}{x + 2} = 2x - 5$ **b** $\frac{4}{x^2 - 10x + 25} - \frac{1}{x + 5} = \frac{10}{x^2 - 25}$;
c $\frac{x}{x^2 - 4} - \frac{3x - 1}{x^2 + x - 6} = \frac{2}{x^2 + 5x + 6}$; **d** $\frac{x^2 + x + 16}{x^2 - x + 1} - \frac{36 - x}{x^3 + 1} = \frac{x - 6}{x + 1}$.

2 При каких значениях параметра a уравнение $x^2 + (a^2 - 3a - 5)x + a - 4,5 = 0$ имеет два корня, равных по модулю и противоположных по знаку?

3 Упростите выражение $\frac{a - 64}{\sqrt{a} + 3} \cdot \frac{1}{a + 8\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a} + 8}{a - 3\sqrt{a}}$.