

8 математический класс 1543. Алгебра.
12 ноября 2022

Выражения с корнями A и B называются *сопряжёнными*, если их произведение AB является рациональным числом.

Выражение \sqrt{a} сопряжено самому себе: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$.

Выражения $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ и $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ являются сопряженными: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$.

Если у дроби в знаменателе стоит выражение с корнями («иррациональность в знаменателе»), то может быть полезно от него избавиться. Для этого нужно домножить числитель и знаменатель дроби на выражение, сопряжённое знаменателю.

1 Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

a) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$; b) $\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{10}}$; c) $\frac{11}{7 + \sqrt{5}}$; d) $\frac{12}{2\sqrt{5} - \sqrt{11}}$; e) $\frac{\sqrt{\sqrt{15} + \sqrt{6}}}{\sqrt{\sqrt{15} - \sqrt{6}}}$;

2 Избавьтесь от иррациональности в знаменателе в выражениях с переменными:

a) $\frac{ab}{\sqrt{a^5b^3}}$; b) $\frac{m\sqrt{n}}{n\sqrt{m}}$; c) $\frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x+2} - 2}$.

3 Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

a) $\frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{6} + 4\sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{7} - \sqrt{2}}$;

4 Упростите выражения:

a) $\frac{1}{\sqrt{3} + 2} + 2 + \sqrt{3}$ b) $\frac{1}{2 + \sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7} + 3} + \frac{3}{1 - \sqrt{7}} - \frac{10}{\sqrt{5}} + \sqrt{5}$; c) $\sqrt{6} + \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{11 - 2\sqrt{30}}}$.

5 Сравните числа a) $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$ и $\frac{2}{1 - \sqrt{2}}$; b) $\frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{10}}$ и $\frac{1}{\sqrt{14} - \sqrt{11}}$

6 Вычислите $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$.

7 Избавьтесь от иррациональности в знаменателе: $\frac{1}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{5}}$.

8 Найдите значение выражения $\frac{x(x+1)(x+2)(x+3)}{(x-1)(x+4)}$ при $x = \frac{\sqrt{5} - 3}{2}$.

Домашнее задание. 12 ноября → 16 ноября

1 Сравните $\sqrt{1542} + \sqrt{1544}$ и $2\sqrt{1543}$.

2 Упростите $\frac{\sqrt{-x} + \sqrt{xy}}{1 + \sqrt{\sqrt{y^2}}}$.

3 Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

a) $\frac{a-2}{\sqrt{4-a^2}}$; b) $\frac{x}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1-2x}}$; c) $\frac{23}{\sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{2}}$.

4 Вычислите a) $(9 - \sqrt{83})\sqrt{18\sqrt{83} + 164}$; b) $\frac{1 - \sqrt{10}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} - (11 - 5\sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$.