

8 математический класс 1543. Алгебра. 2 сентября 2022

Что такое многочлен? Запишите общий вид многочлена с одной переменной.

Определение. Алгебраические выражения, составленные из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения и деления на число, отличное от нуля, называют *целыми выражениями*.

Всякий ли многочлен есть целое выражение? Всякое ли целое выражение есть многочлен? Всякое ли целое выражение равно некоторому многочлену?

1 **a** Вспомните простейшие формулы сокращенного умножения:

$$(a+b)^2 =, \quad (a-b)^2 =, \quad a^2 - b^2 =, \quad a^3 - b^3 =, \quad a^3 + b^3 =.$$

b Проиллюстрируйте первые три формулы геометрически, при помощи площади.

c* Проиллюстрируйте геометрически формулы суммы и разности кубов.

2 Вспомните или выведите формулу $(a+b+c)^2 =$. Проиллюстрируйте её геометрически.

Как изменится формула при увеличении числа слагаемых? Как правильно расставить знаки в получившемся многочлене, если перед некоторыми слагаемыми будет знак «-»?

3 Вспомните или выведите формулы $(a+b)^3 =$, $(a-b)^3 =$, $(a+b)^4 =$, $(a-b)^4 =$.

4 Представьте в виде многочлена. Постарайтесь подсчитывать его коэффициенты в уме один за другим и сразу писать ответ.

a $(x+1)(x+2)$; **b** $(x^3 + 2x^2 + 2x - 1)(x^2 + x - 2)$; **c** $(x^2 + x - 1)(x^2 - 3)$.

5 Представьте в виде многочлена: $(a+4b)(7a+b+6) - (7a+b)(a+4b+6)$.

6 Представьте в виде многочлена:

a $(x-3y)^2 + (x+3y)^2$; **b** $(2a-1)^3$;

c $(5x+2y)(25x^2 - 10xy + 4y^2)$; **d** $(2a-3)^2 - 2(a+2)(2a-3) + (a+2)^2$.

7 Делится ли число $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 1543^3$ на 1544?

8 Разложите многочлен на множители:

a $(a+b)(a-b)^3 - (a-b)(a+b)^3$; **b** $x^4 - x^3 - x - 1$; **c** $b^4 - b^2 - 2b - 1$;

d $a(a+2) + b(b+2) + 2(a+1)(b+1) + 1$; **e** $b^2 + ab - 2a^2 - b + a$.

9 Разложите многочлен на множители:

a $x^2 - 5x + 6$; **b** $x^2 - 7x - 18$; **c** $(x^2 + 4x + 8)^2 - 5x(x^2 + 4x + 8) + 6x^2$;

d $x^4 - 3x^2 + 1$; **e** $x^8 + x^4 + 1$; **f** $x^4 + 4$; **g*** $x^5 + x^4 + 1$.

Домашнее задание. 2 сентября → ???

1 Известно, что $a - b + c = 8$ и $a^2 + b^2 + c^2 = 110$. Найдите $ac - ab - bc$.

2 Представьте в виде многочлена. В пункте а) постарайтесь написать ответ сразу, без промежуточных записей.

a $(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$; **b** $(a+2)^3 - 3(a+2)^2 + 3(a+2) - 1$.

3 Докажите тождество $(x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 + 3x) + x^2 = (x^2 + 2x - 1)^2$. Постарайтесь придумать способ, требующий как можно меньше вычислений.

4 Разложите на множители:

a $a^4 - 2a^3 + a^2 - 1$; **b** $(a+b-2)(a+b) - (a-b)^2 + 1$;

c $x^3 - y^3 + 3y^2 - 3y + 1$; **d** $n^4 - 12n^2 + 16$.