

# Комбинаторика. Повторение

8 "В" класс

1<sup>v</sup> В кухне  $n$  лампочек.

а) Сколько существует способов освещения?

б) Сколько существует способов освещения, при которых горят  $k$  ламп?

2) Найдите число различных перестановок букв способов в слове  
МАТЕМАТИКА

3) В кондитерском магазине продавались 4 сорта пирожных: наполеоны, эклеры, песочные и слоеные. Сколькими способами можно купить 7 пирожных?

4★ На окружности поставили  $n$  точек и все точки попарно соединили хордами. Оказалось, что никакие три хорды не пересекались в одной точке. Сколько точек пересечения хорд получилось?

---

*Выборка шаров из урны называется выборкой с возвращением, если шар, вынутый из урны, возвращается обратно и может быть выбран еще раз, без возвращения, — если шар можно выбрать лишь один раз. Выборка называется неупорядоченной, если порядок в котором шары доставались из урны несущественен ( $(5447) = (4457)$ ).*

5<sup>v</sup> Рассмотрим урну, содержащую  $n$  различных шаров. Сколькими способами можно выбрать из урны  $k$  шаров, если

а) выборка упорядоченная с возвращениями;

б) выборка упорядоченная без возвращений;

с) выборка неупорядоченная с возвращениями;

д) выборка неупорядоченная без возвращений?

6) а) Объясните, что  $C_n^k = C_n^{n-k}$  двумя способами: с помощью формулы и путем установления взаимно-однозначного соответствия.

б) Объясните, что  $C_{n+1}^{k+1} = C_n^{k+1} + C_n^k$  двумя способами: с помощью формулы и путем установления взаимно-однозначного соответствия.

**7**    **a** Пусть  $p$  — простое. Докажите, что  $C_p^k$  либо равно 1, либо делится на  $p$ .

**b** Пусть  $m$  — степень двойки. Докажите, что  $C_m^k$  либо равно 1, либо чётно.

**8**    **a** Сколькими способами можно покрасить ряд из  $p$  сидений в  $a$  цветов?

**b** Пусть теперь мы красим круглую карусель состоящую из  $p$  сидений ( $p$  — простое). Сколькими способами можно раскрасить такую карусель?

**c** Какую теорему мы только что доказали?

**9★** Обозначим через  $D_n$  количество перестановок чисел  $1, 2, \dots, n$ , при которых ни одно число не стоит на своем месте. Докажите равенства

**a**  $D_n = (n - 1)(D_{n-1} + D_{n-2});$

**b**  $D_n + C_n^1 D_{n-1} + C_n^2 D_{n-2} + \dots + C_n^n D_0 = n!.$

**c** Найдите  $D_n$  для  $n = 1, \dots, 8$ .