

**7 класс**  
**16 марта 2023**  
*Индукция-2*

**1** В Стране Дураков в ходу монеты в 3 и 5 тугриков. Докажите, что ими можно заплатить без сдачи любую сумму, начиная с 8 тугриков.

**2** Докажите, что квадрат можно разбить на любое число квадратов (не обязательно равных), большее пяти.

**3** Докажите, что любое число представимо в виде суммы нескольких различных **a** степеней двойки; **b** чисел Фибоначчи.

**4** Круглый торт разрезали ножом на куски несколькими прямыми разрезами от края до края. Оказалось, что одна сторона у ножа была грязная. Докажите, что всегда найдётся хотя бы один чистый кусок.

**5** Плоскость разбита на несколько частей прямыми линиями. Докажите, что можно покрасить эти части в черный и белый цвета так, чтобы соседние части были разного цвета.

**6** В Зазеркалье все дороги между городами — односторонние, и, выехав из города, вернуться в него нельзя. Докажите, что города можно занумеровать по порядку так, чтобы при проезде по любой дороге номер города увеличивался.

**7** На клетчатой доске  $100 \times 100$  стоят несколько слонов. Докажите, что их можно раскрасить в 3 цвета так, чтобы слоны одинакового цвета друг друга не били.

**8** **a** Найдите ошибку в решении задачи. **b** Предложите верное решение.  
Тупоугольный треугольник разбит отрезками на несколько треугольников. Верно ли, что один из треугольников разбиения обязательно не остроугольный?

Решение: Да, верно. Докажем это индукцией по количеству отрезков.

База: если отрезок один, то он идет из вершины треугольника к противоположной стороне. У этой стороны образуется хотя бы один неострый угол.

Переход: предположим, что если треугольник разбит  $n$  отрезками на несколько треугольников, то хотя бы один из них не остроугольный. Проведем  $(n + 1)$ -ый отрезок. Он разобьет какой-то треугольник на два новых, один из них обязательно будет не остроугольный. Утверждение доказано.