

7 класс
15 сентября 2022
Делимость

Все числа в этом листочке считаются целыми.

Определение. Число a делится на число b (обозначается $a:b$), если существует такое число c , что $a = b \cdot c$.

- 1** Проверьте, делится ли а -15 на 15 ; б -10 на -2 ; в 27 на -2 .
д Правда ли, что по определению число 0 делится на любое другое число?
е Правда ли, что никакое число не делится на 0 ?

Свойства делимости.

- Если $a:b$ и $b:a$, то либо $a = b$, либо $a = -b$.
- Если $y:a$, то $xy:a$.
- Если $a:b$ и $b:c$, то $a:c$.
- Если $a:b$, то $(a+b):b$, $(a-b):b$.
- Если $x:a$ и $y:a$, то $(x+y):a$ и $(x-y):a$;
- При $a \neq 0$ $x:y$ равносильно $ax:ay$.

2 а Маша посмотрела на написанное на доске число и сказала, что оно делится на 2 , на 3 , на 4 и на 24 . Учительница сказала, что Маша ровно один раз ошиблась. Где ошиблась Маша?

б Маша посмотрела на написанное на доске число и сказала, что оно делится на 4 , на 12 , на 18 и на 36 . Учительница сказала, что Маша ровно один раз ошиблась. Кто на самом деле ровно один раз ошибся?

3 Верно ли, что:

- а Если a делится на 3 , а b не делится на 6 , то $a+b$ не делится на 3 ;
б Если a делится на 6 , а b не делится на 3 , то $a+b$ не делится на 3 ;
в Если a делится на 12 , а b делится на 5 , то $a \cdot b$ делится на 60 ;
г Если a делится на 12 , а b не делится на 5 , то $a \cdot b$ не делится на 60 ;
д $5a$ делится на 2 , тогда и только тогда, когда a делится на 2 ;
е $3a$ делится на 2 , тогда и только тогда, когда $3a$ делится на 6 ;
ж a делится на 9 , тогда и только тогда, когда $24a$ делится на 9 ;
з Если a делится на 6 и b делится на 9 , то $a \cdot b$ делится на 54 ;
и Если $a+1$ делится на 3 , то $4+7a$ делится на 3 ;
к Если $2+a$ и $35-b$ делятся на 11 , то $a+b$ делится на 11 .

4 a) Может ли сумма трёх различных натуральных чисел делиться на каждое из слагаемых?

b) А если все эти числа больше 1543?

5) Натуральные числа a и b таковы, что $56 \cdot a = 65 \cdot b$. Докажите, что число $a + b$ составное.

6) В вершинах квадрата стоят натуральные числа. На каждой стороне написали произведение чисел в вершинах. Сумма четырех написанных произведений равна 77. Докажите, что сумма каких-то двух из исходных чисел делится на 7.

7★) Можно ли в клетках бесконечного клетчатого листа написать натуральные числа таким образом, чтобы при любых натуральных $m, n > 100$ сумма чисел в любом прямоугольнике $m \times n$ клеток делилась на $m + n$?