

Комбинаторика. Повторение. Группа 1.

Числом сочетаний C_n^k называется количество способов выбрать k предметов из набора в n предметов.

$$C_n^k = \frac{\overbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}^{k \text{ множителей}}}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$$

1 Из 27 учеников 7М нужно собрать команду из 6 человек на турнир матбоев и выбрать в ней капитана и заместителя. Сколько есть способов это сделать?

2 Сколько есть способов сложить столбик из 4 золотых и 6 серебряных монет?

3 Сходить в разведку вызвались 9 человек, 8 эльфов и 7 гномов. Было решено их разбить на три группы, в каждой ровно два вида существ поровну каждого вида. Сколькими способами можно выполнить такое разбиение?

4 **а** На листе бумаги отметили 6 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько всего можно нарисовать треугольников с вершинами в этих точках?

б Как отметить на плоскости 6 точек так, чтобы треугольников с вершинами в этих точках было ровно 17?

с На плоскости отметили 6 точек. Сколько всего могло получиться треугольников с вершинами в этих точках? Найдите все варианты.

0 (Разбор) Сколько существует пятизначных чисел, в которых есть

а хотя бы одна семерка; **б** хотя бы две равные цифры.

5 В классе 10 мальчиков и 13 девочек. Из них нужно выбрать шестерых учеников, которые пойдут на субботник. Сколько есть способов это сделать, если среди них обязательно должен быть мальчик, который будет таскать мешки с листьями?

6 Черномору служат 33 богатыря разного роста, все они женаты. Черномор раздобыл билеты в первый ряд, места с 1 по 6, на оперу «Сказка о царе Салтане». Он хочет раздать их трём богатырям и их жёнам так, чтобы каждая жена сидела рядом с мужем, а у богатыря с меньшим ростом был меньше и номер места. Сколькими способами он может распределить билеты?

7 Художник написал четыре пейзажа, пять натюрмортов и два портрета. Сколькими способами можно выбрать несколько его картин для выставки так, чтобы среди выбранных был и пейзаж, и натюрморт, и портрет?

8 У Змея девять разных голов. Медаль «За победу над Змеем» дают тому, кто срубит и принесёт князю не меньше трёх голов. Сколькими способами можно получить медаль? (Ответ принимается только в виде числа; придумайте простой способ подсчёта.)

9 У Гриши есть доска 10×10 . Сколько у него есть способов вырезать из нее **а** прямоугольник; **б** шестиугольник по линиям сетки?

Комбинаторика. Повторение. Группа 2.

Умножение (задачи 1а, 4)

1 За каждую из шести задач олимпиады можно получить +, +-, -+ или -. Сколько разных итоговых таблиц может получиться?

2 Тридцать три богатыря по очереди выходят из моря. Сколькими способами дядька Черномор может их построить?

3 В коробке 12 цветных карандашей. Сколько разных наборов можно из них составить? В набор может входить любое количество карандашей от 1 до 12.

Подсчёт пар (задача 1b)

4 В турнире каждая из десяти команд-участниц сыграла по одному разу с каждой другой. Сколько всего матчей сыграно?

Умножение, сложение и вычитание (задачи 1ab, 4)

5 Дуремар наладил производство газированной болотной воды. В каждый вид газировки он добавляет один краситель и два ароматизатора. Сколько разных напитков может произвести Дуремар с помощью семи красителей и шести ароматизаторов?

6 Сколькими способами можно вырезать из клетчатой доски 8×10 прямоугольник из 4 клеток?

7 В ряд выложено шесть шариков. У Маши есть краски четырех цветов: желтого, красного, синего и зеленого. Сколькими способами Маша сможет раскрасить эти шарики, если сестренка Леночка просит, чтобы хотя бы один шарик был желтенький?

Сочетания (задачи 2, 5)

8 В колоде 32 карты. Сколько существует способов:

a выложить в ряд 10 карт;

b получить 10 карт на руки?

9 На математический кружок ходят 10 человек. Сколько можно из них составить разных команд для участия:

a в математической регате (4 человека);

b в математическом бое (6 человек)?

Для самостоятельного решения

10 На столе в домике у трех медведей Маша обнаружила четыре разные чашки с похлебкой, три разные тарелки с малиной, ежевикой и черникой, а также пять конфет разного сорта.

a Сколькими способами Маша может выбрать чашку, ягодную тарелку и конфету?

b Сколькими способами она может выбрать два предмета с разными названиями?

11 Сколько существует шестизначных чисел, у которых:

a все цифры различны;

b нет ни одной единицы;

c ровно одна двойка;

d есть хотя бы одна тройка?

12 Сколькими способами можно выложить в ряд десять монет, кладя их орлом или решкой?

13 Сколькими способами можно выложить столбик из 10 монет, если среди них две золотые, остальные серебряные?

14 Пять друзей сняли в гостинице два номера: двухместный и трёхместный. Сколькими способами можно выбрать тех, кто поселится: **a** в двухместном номере; **b** в трёхместном номере?

15 Сколько десятизначных чисел можно составить: **a** из четырёх единиц и шести двоек; **b** из четырёх единиц и шести нулей?

16 В классе учатся 12 мальчиков и 11 девочек. На соревнования по лёгкой атлетике класс должен выставить команду из трёх мальчиков и трёх девочек. Сколько разных команд можно составить?

17 Провели 20 прямых; любые две пересеклись, но никакие три не пересеклись в одной точке. Сколько получилось: а) точек пересечения; б) треугольников со сторонами на этих прямых?

18 Художник написал четыре пейзажа, пять натюрмортов и два портрета. Сколькими способами можно выбрать несколько его картин для выставки так, чтобы среди выбранных был и пейзаж, и натюрморт, и портрет?

19 У Змея девять разных голов. Медаль «За победу над Змеем» дают тому, кто срубит и принесёт князю не меньше трёх голов. Сколькими способами можно получить медаль? (Ответ принимается только в виде числа; придумайте простой способ подсчёта.)