

Олимпиадный разнобой

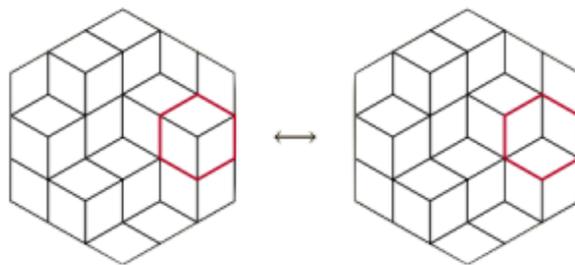
1 При каких натуральных значениях n все три числа $n - 5$, $n + 9$, $n + 11$ одновременно являются простыми?

2 У Кощея хранятся 100 одинаковых бутылок с водой. Он помнит, что в половине бутылок живая вода, а во второй половине – мертвая, но не помнит, какая где. Если полить цветок хотя бы каплей Кощеевой воды, то завтра станет ясно, что это была за вода. Кощею завтра потребуются 10 бутылок живой воды. Какое наименьшее количество цветов он должен полить для того, чтобы ничего не перепутать? Поливать один цветок водой из нескольких бутылок нельзя.

3 За круглым столом сидят 10 гномов, у каждого есть несколько золотых монет. Каждого гнома спросили: «Сколько монет у двух твоих соседей вместе?» и, обходя по кругу, получили ответы 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190 и 200. Сколько монет у гнома, который ответил 160?

4 Есть 666 конфет четырёх сортов (каждого сорта есть хотя бы по одной конфете). Докажите, что их можно разложить на 222 кучки по три конфеты так, чтобы в каждой кучке либо все три конфеты были одного сорта, либо все три конфеты были разных сортов.

5 Правильный шестиугольник со стороной 10 разбили на ромбики со стороной 1. Каждую секунду можно взять три ромбика, образующие шестиугольник, и переложить их внутри этого шестиугольника по-другому (см. рисунок).



Правда ли, что такими операциями можно превратить любое разбиение шестиугольника в любое другое?

Задачи с прошлых занятий

6 Петя и Вася играют в игру. У них есть полоска 1×13 , в клетки которой они по очереди вписывают цифры (начинает Петя, клетки можно заполнять в любом порядке). Если итоговое 13-значное число делится на 11, то побеждает Петя, иначе побеждает Вася. Кто победит при правильной игре? (Использовать цифру 0 можно, но получившееся число не должно начинаться с нуля.)

7 Докажите, что существует число, делящееся на 5^{1543} , в записи которого нет ни одного нуля.

Олимпиадный разнобой

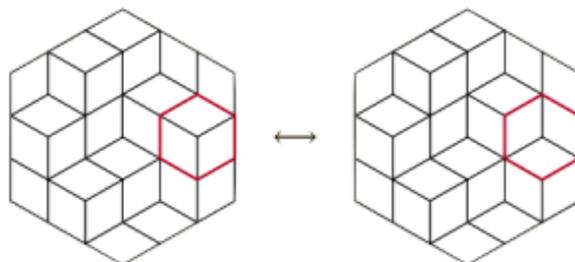
1 При каких натуральных значениях n все три числа $n - 5$, $n + 9$, $n + 11$ одновременно являются простыми?

2 У Кощея хранятся 100 одинаковых бутылок с водой. Он помнит, что в половине бутылок живая вода, а во второй половине – мертвая, но не помнит, какая где. Если полить цветок хотя бы каплей Кощеевой воды, то завтра станет ясно, что это была за вода. Кощею завтра потребуются 10 бутылок живой воды. Какое наименьшее количество цветов он должен полить для того, чтобы ничего не перепутать? Поливать один цветок водой из нескольких бутылок нельзя.

3 За круглым столом сидят 10 гномов, у каждого есть несколько золотых монет. Каждого гнома спросили: «Сколько монет у двух твоих соседей вместе?» и, обходя по кругу, получили ответы 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190 и 200. Сколько монет у гнома, который ответил 160?

4 Есть 666 конфет четырёх сортов (каждого сорта есть хотя бы по одной конфете). Докажите, что их можно разложить на 222 кучки по три конфеты так, чтобы в каждой кучке либо все три конфеты были одного сорта, либо все три конфеты были разных сортов.

5 Правильный шестиугольник со стороной 10 разбили на ромбики со стороной 1. Каждую секунду можно взять три ромбика, образующие шестиугольник, и переложить их внутри этого шестиугольника по-другому (см. рисунок).



Правда ли, что такими операциями можно превратить любое разбиение шестиугольника в любое другое?

Задачи с прошлых занятий

6 Петя и Вася играют в игру. У них есть полоска 1×13 , в клетки которой они по очереди вписывают цифры (начинает Петя, клетки можно заполнять в любом порядке). Если итоговое 13-значное число делится на 11, то побеждает Петя, иначе побеждает Вася. Кто победит при правильной игре? (Использовать цифру 0 можно, но получившееся число не должно начинаться с нуля.)

7 Докажите, что существует число, делящееся на 5^{1543} , в записи которого нет ни одного нуля.