

22 сентября 2022

## Защикливание назад

*(Игра в перестройку)* Три человека встают в ряд у доски. На доске пишется правило, по которому надо перестраиваться. (Например,  $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2$ , то есть первый человек встает на третье место, второй на первое, а третий на второе.) Люди перестраиваются по этому правилу. Потом опять перестраиваются по этому правилу, и так далее. В какой-то момент окажется, что они стоят в исходном порядке.

Можно играть в перестройку и с большим числом людей. Рано или поздно они всегда будут возвращаться к исходной расстановке.

**0** Анна Алексеевна приклеила на двери всех кабинетов школы записки с надписями: «Спецкурс 7М в кабинете №...», а потом исчезла в неизвестном направлении. Оксана внимательно изучила записки и обнаружила, что все они указывают на разные кабинеты. Саша пытается попасть на спецкурс, руководствуясь этими указаниями. Начал он у кабинета №18. Докажите, что рано или поздно он вернется к 18 кабинету.

**Теорема** (о защикливании назад). *Если система защикливается, и ее предыдущее состояние можно однозначно восстановить по последующему (фиксированному числу последующих), то она защикливается без предпериода.*

**1** **a** В городе Энке есть несколько площадей, соединенных улицами. От каждой площади отходит ровно три улицы. Участник соревнований по городскому ориентированию стартовал на площади Революции и ходит по улицам, на каждой площади сворачивая по очереди то направо, то налево. Докажите, что рано или поздно он вернется на площадь Революции.

**b** Все участники этих соревнований вышли с площади Революции одновременно, но в разные стороны и ходят по улицам, поворачивая поочередно то направо, то налево. От площади до площади любой участник доходит ровно за пять минут. Правда ли, что в какой-то момент все участники опять соберутся на одной площади.

**2** Несколько человек играют в перестройку (см. начала листка). Докажите, что в какой-то момент они встанут в исходном порядке.

**3** На доске выписывают последовательность 5, 8, 2, 3, 8, 1, 4, 6, . . . . Каждая следующая цифра в ней равна последней цифре суммы четырех предыдущих.

**a** Правда ли, что в какой-то момент в этой последовательности второй раз встретится 5, 8, 2, 3?

**b** Встретится ли в этой последовательности 8, 5, 8, 2?

**4** **a** Правда ли, что если у чисел  $a$  и  $b$  три последние цифры совпадают, то и у чисел  $7a$  и  $7b$  три последние цифры совпадают?

**b** Правда ли, что если у чисел  $7a$  и  $7b$  три последние цифры совпадают, то и у чисел  $a$  и  $b$  три последние цифры совпадают?

**c** Докажите, что для какого-то натурального  $N$  число  $7^N$  заканчивается на 007 (нет,  $N = 1$  не годится).