

Количество информации

Допустим, нам нужно найти наименьшее количество взвешиваний, за которое можно найти фальшивую монету или наименьшее количество вопросов, за которое можно узнать что-то. Сделать оценку в таких задачах помогает идея **количества информации**.

Если количество всех возможных способов, как могут пройти взвешивания/как нам могут ответить на вопросы, меньше, чем количество вариантов, которые мы должны научиться различать, то этого количества взвешиваний/вопросов нам не хватит.

0 **a** У Анны Алексеевны есть 27 монет, одна из них фальшивая (она легче настоящих). Как найти её за 3 взвешивания на чашечных весах?

b Можно ли обойтись меньшим числом взвешиваний?

c Первым взвешиванием Анна Алексеевна положила на чаши весов не по 9 монет. Покажите, что так найти фальшивую монету за 3 взвешивания не выйдет.

1 Вероника загадала одну из вершин куба.

a Сколько вопросов (допускающих ответы «да» или «нет») Арина должна задать Веронике, чтобы наверняка определить эту вершину?

b Изменится ли количество вопросов, если Вероника потребует, чтобы Арина написала все вопросы на бумажке заранее, и только потом начнёт на них отвечать?

2 Александр Вячеславович загадал двузначное число, а Анна Алексеевна хочет его отгадать (задавая вопросы, требующие ответы «да» или «нет»). За какое минимальное число вопросов она гарантировано угадает?

3 **a** Среди трех монет ровно одна фальшивая, но она может быть как легче, так и тяжелее настоящих. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно её выявить и выяснить, легче ли она настоящей?

b То же для пяти монет.

4 Кощей Бессмертный спрятал иглу свою в один из 100 сундуков. Как узнать местоположение иглы за 15 вопросов (на которые можно ответить «да» или «нет»), если известно, что Кощей соврёт не более одного раза.

5 Есть 43 коробки, пронумерованных числами от 1 до 43. В одной коробке лежит приз и ведущий знает где он находится. Саша может послать ведущему пачку записок с вопросами, на которые можно ответить только «да» или «нет». Ведущий перемешивает записки в пачке и, не оглашая вопросов, честно отвечает на них. Какое наименьшее количество записок нужно послать, чтобы наверняка узнать где находится приз?

6 Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Задайте Илье Муромцу минимальное число вопросов, на которые он может дать ответы «да», «нет» или «не знаю», чтобы определить, какие монеты ему достались.

7 а Имеется одна заведомо настоящая монета и 5 подозрительных, среди которых одна фальшивая, отличающаяся по весу от настоящих (при этом неизвестно, тяжелее она или легче). Внешне подозрительные монеты неразличимы. Как найти фальшивую монету за два взвешивания на чашечных весах без гирь?

б Можно ли это сделать, если подозрительных монет не 5, а 6?

8 а Патриций решил устроить праздник и для этого приготовил 9 бочек вина. Однако выяснилось, что вино в одной из бочек отравлено: человек, его выпивший, умирает в течение 24 часов (не обязательно ровно через 24 часа!). До праздника осталось два дня (48 часов). У патриция есть два раба, которыми он готов пожертвовать. Как ему вычислить отравленную бочку?

б Теперь предположим, что бочек 100, а у патриция четыре раба. Сможет ли он в этом случае найти отравленную бочку?