

Нетривиальная делимость

1] Найдите наименьшее такое N , что $99N$ состоит из одних троек.

2] Определить, делится ли число на 7, можно по следующему алгоритму.

1) Отбросьте у числа последнюю цифру.

2) Отнимите удвоенную отброшенную цифру от получившегося числа.
(Например, число 1543 превратится в $154 - 2 \cdot 3 = 148$.)

3) Повторяйте, пока получающиеся числа будут положительными.

Получившееся в итоге число делится на 7 в том и только том случае, когда исходное число делится на 7.

a] Примените этот алгоритм к числам 6661543 и 15432022.

b] Объясните, почему этот алгоритм работает.

c] Правда ли, что этот алгоритм позволяет находить еще и остаток от деления числа на 7 (как признаки делимости на 2, 5, 4, 25, 3, 9, 11)?

3] В справочнике «Магия для чайников» написано:

Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные – на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение.

Возможно ли таким образом устроить землетрясение?

4] На доске написано 7 чисел. Докажите, что несколько из них (возможно, одно или все) можно покрасить красным, так чтобы сумма всех красных чисел делилась на 7.

5] Докажите, что существует число, делящееся на 5^{1543} , в записи которого нет ни одного нуля.

6] Шесть почти честных пиратов закопали добытые золотые монеты на необитаемом острове и пустились в бега. Через год первый пират вернулся на остров, разделил все монеты на шесть равных частей, одна монета оказалась лишней. Пират забрал себе одну из частей и лишнюю монету, а остальное закопал. То же самое сделали по очереди остальные пираты, причем никто из них не знал о действиях других. Через много лет ученый археолог наткнулся на закопанные монеты. Какое наименьшее количество монет мог найти археолог?

Задачи на шоколадку

4★] Число n не делится ни на 2, ни на 5. Докажите, что какое-то число вида $\underbrace{111 \dots 111}_{\text{много единиц}}$ делится на n . (Такие числа из одних единиц называются *репьюнитамми*.)

Внимание! Через неделю-полторы эта задача будет в том или ином виде разобрана (и, соответственно, сгорит). Решайте сейчас!

Нетривиальная делимость

1] Найдите наименьшее такое N , что $99N$ состоит из одних троек.

2] Определить, делится ли число на 7, можно по следующему алгоритму.

1) Отбросьте у числа последнюю цифру.

2) Отнимите удвоенную отброшенную цифру от получившегося числа. (Например, число 1543 превратится в $154 - 2 \cdot 3 = 148$.)

3) Повторяйте, пока получающиеся числа будут положительными.

Получившееся в итоге число делится на 7 в том и только том случае, когда исходное число делится на 7.

a] Примените этот алгоритм к числам 6661543 и 15432022.

b] Объясните, почему этот алгоритм работает.

c] Правда ли, что этот алгоритм позволяет находить еще и остаток от деления числа на 7 (как признаки делимости на 2, 5, 4, 25, 3, 9, 11)?

3] В справочнике «Магия для чайников» написано:

Замените в слове ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ одинаковые буквы на одинаковые цифры, а разные – на разные. Если полученное число окажется простым, случится настоящее землетрясение.

Возможно ли таким образом устроить землетрясение?

4] На доске написано 7 чисел. Докажите, что несколько из них (возможно, одно или все) можно покрасить красным, так чтобы сумма всех красных чисел делилась на 7.

5] Докажите, что существует число, делящееся на 5^{1543} , в записи которого нет ни одного нуля.

6] Шесть почти честных пиратов закопали добытые золотые монеты на необитаемом острове и пустились в бега. Через год первый пират вернулся на остров, разделил все монеты на шесть равных частей, одна монета оказалась лишней. Пират забрал себе одну из частей и лишнюю монету, а остальное закопал. То же самое сделали по очереди остальные пираты, причем никто из них не знал о действиях других. Через много лет ученый археолог наткнулся на закопанные монеты. Какое наименьшее количество монет мог найти археолог?

Задачи на шоколадку

4★] Число n не делится ни на 2, ни на 5. Докажите, что какое-то число вида $\underbrace{111 \dots 111}_{\text{много единиц}}$ делится на n . (Такие числа из одних единиц называются *репьюнитамми*.)

Внимание! Через неделю-полторы эта задача будет в том или ином виде разобрана (и, соответственно, сгорит). Решайте сейчас!