

7М, спецкурс, листок 21

14 февраля 2023

Алгоритм Евклида

В этом листочке вместо $\text{НОД}(a, b)$ мы будем писать просто (a, b) .

Лемма. $(a, b) = (a - b, b) = (r, b)$, где $r \equiv a \pmod{b}$ (например, r может быть остатком от деления a на b).

Алгоритм Евклида. Пусть $a \geq b$, и нам нужно найти (a, b) . Заменяем a на остаток от деления a на b . НОД от этого не изменится. Продолжим так делить большее с остатком на меньшее и заменять большее число на получившийся остаток. Когда одно из чисел уменьшится до нуля, другое станет равно (a, b) .

- 1 При помощи алгоритма Евклида найдите a $(720, 378)$; b $(525, 231)$.
- 2 Какие значения может принимать a $(n, n + 6)$; b $(2n + 3, 7n + 6)$?
- 3 Существует ли натуральное n , при котором дробь $\frac{42n + 3}{30n + 2}$ сократима?
- 4 Найдите a $(2^{32} + 1, 2^{16} + 1)$; b $(2^{91} - 1, 2^{63} - 1)$;
c $(\underbrace{11 \dots 11}_{100 \text{ единиц}}, \underbrace{11 \dots 11}_{60 \text{ единиц}})$; d $(a^m - 1, a^n - 1)$.
- 5 Пусть $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, \dots$ — числа Фибоначчи.
a Найдите $(F_{101}; F_{100})$.
b* Докажите, что $(F_m, F_n) = F_{(m,n)}$

7М, спецкурс, листок 21

14 февраля 2023

Алгоритм Евклида

В этом листочке вместо $\text{НОД}(a, b)$ мы будем писать просто (a, b) .

Лемма. $(a, b) = (a - b, b) = (r, b)$, где $r \equiv a \pmod{b}$ (например, r может быть остатком от деления a на b).

Алгоритм Евклида. Пусть $a \geq b$, и нам нужно найти (a, b) . Заменяем a на остаток от деления a на b . НОД от этого не изменится. Продолжим так делить большее с остатком на меньшее и заменять большее число на получившийся остаток. Когда одно из чисел уменьшится до нуля, другое станет равно (a, b) .

- 1 При помощи алгоритма Евклида найдите a $(720, 378)$; b $(525, 231)$.
- 2 Какие значения может принимать a $(n, n + 6)$; b $(2n + 3, 7n + 6)$?
- 3 Существует ли натуральное n , при котором дробь $\frac{42n + 3}{30n + 2}$ сократима?
- 4 Найдите a $(2^{32} + 1, 2^{16} + 1)$; b $(2^{91} - 1, 2^{63} - 1)$;
c $(\underbrace{11 \dots 11}_{100 \text{ единиц}}, \underbrace{11 \dots 11}_{60 \text{ единиц}})$; d $(a^m - 1, a^n - 1)$.
- 5 Пусть $F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, \dots$ — числа Фибоначчи.
a Найдите $(F_{101}; F_{100})$.
b* Докажите, что $(F_m, F_n) = F_{(m,n)}$