

Деревья-2. Число ребер в связном графе.

**Теорема.** В дереве с  $n$  вершинами ровно  $n - 1$  ребер.

**Теорема.** В связном графе с  $n$  вершинами не меньше  $n - 1$  ребер.

1 В графе  $n$  вершин и  $k$  компонент связности. Докажите, что в нем не меньше  $n - k$  ребер.

2 а В связном графе 12 вершин и 11 ребер. Обязательно ли этот граф — дерево?

б В связном графе 12 вершин и 12 ребер. Сколько в нем может быть циклов?

3 В стране 1543 города, некоторые из них соединены железными дорогами. От любого города можно добраться на поезде до любого другого, сделав не больше одной пересадки. Какое минимальное число железных дорог может быть в этой стране?

4 Из веревочек связали волейбольную сетку  $15 \times 43$ . Какое максимальное число разрезов можно сделать, чтобы сетка не распалась на куски?

5 Большой тетрадный лист раскрасили в 43 цвета по клеткам. Пара цветов называется *хорошей*, если существует две соседние клетки, закрасенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?

6 а На клетчатой бумаге нарисован многоугольник площадью в  $n$  клеток. Его контур идёт по линиям сетки. Каков наибольший периметр многоугольника?

б Квадрат  $8 \times 8$  разрезали на 3 многоугольника одинакового периметра по линиям сетки. Найдите наибольшее возможное значение этого периметра.

7 В графе 2022 вершины. Анна Алексеевна хочет раскрасить его ребра в несколько цветов так, чтобы не было одноцветных циклов. Какое минимальное количество цветных карандашей ей нужно закупить, чтобы она точно смогла выполнить задуманное?

Деревья-2. Число ребер в связном графе.

**Теорема.** В дереве с  $n$  вершинами ровно  $n - 1$  ребер.

**Теорема.** В связном графе с  $n$  вершинами не меньше  $n - 1$  ребер.

1 В графе  $n$  вершин и  $k$  компонент связности. Докажите, что в нем не меньше  $n - k$  ребер.

2 а В связном графе 12 вершин и 11 ребер. Обязательно ли этот граф — дерево?

б В связном графе 12 вершин и 12 ребер. Сколько в нем может быть циклов?

3 В стране 1543 города, некоторые из них соединены железными дорогами. От любого города можно добраться на поезде до любого другого, сделав не больше одной пересадки. Какое минимальное число железных дорог может быть в этой стране?

4 Из веревочек связали волейбольную сетку  $15 \times 43$ . Какое максимальное число разрезов можно сделать, чтобы сетка не распалась на куски?

5 Большой тетрадный лист раскрасили в 43 цвета по клеткам. Пара цветов называется *хорошей*, если существует две соседние клетки, закрасенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?

6 а На клетчатой бумаге нарисован многоугольник площадью в  $n$  клеток. Его контур идёт по линиям сетки. Каков наибольший периметр многоугольника?

б Квадрат  $8 \times 8$  разрезали на 3 многоугольника одинакового периметра по линиям сетки. Найдите наибольшее возможное значение этого периметра.

7 В графе 2022 вершины. Анна Алексеевна хочет раскрасить его ребра в несколько цветов так, чтобы не было одноцветных циклов. Какое минимальное количество цветных карандашей ей нужно закупить, чтобы она точно смогла выполнить задуманное?