

7М, спецкурс, листок 16

10 января 2023

Циклы и цепочки

Если степени всех вершин в графе равны 2, то каждая компонента связности графа является циклом.

Если степени всех вершин в графе не превышают 2, то каждая компонента связности является отдельной вершиной, циклом или цепочкой.

1 В графе 12 вершин степени 1 и 12 вершин степени 2, а других вершин нет. Сколько в этом графе может быть цепочек? А сколько циклов?

2 20 школьников решили 20 задач. Известно, что каждый решил по 2 задачи, и каждую задачу решило 2 человека. Докажите, что можно попросить каждого школьника рассказать одну из решенных им задач так, чтобы все задачи были рассказаны.

3 25 учеников 7М играли в снежки. Каждый кинул один снежок и в каждого попали одним снежком. Каждый ученик очень обиделся на того, кто в него попал. Найдите максимальный размер команды, которую гарантировано можно собрать из учеников 7М так, чтобы внутри команды никто не был ни на кого обижен.

4 Имеется 40 бусинок двадцати цветов, по две бусинки каждого цвета. Их как-то разложили в 20 коробок, по две бусинки в каждую коробку. Докажите, что можно выбрать по одной бусинке из каждой коробки так, что все выбранные будут разного цвета.

5 Есть несколько юношей и несколько девушек, некоторые из них знакомы. Две свахи знают, кто с кем знаком. Одна сваха заявляет: «Я могу одновременно поженить всех брюнетов так, чтобы каждый из них женился на знакомой ему девушке!» Вторая сваха говорит: «А я могу устроить судьбу всех блондинок: каждая выйдет замуж за знакомого юношу!» Этот диалог услышал любитель математики, который сказал: «В таком случае можно сделать и то, и другое!» Прав ли он?