

*Двудольные графы. Добавка.*

**10** На двух клетках шахматной доски стоят чёрная и белая фишки. За один ход можно передвинуть любую из них на соседнюю по вертикали или горизонтали клетку (две фишки не могут стоять на одной клетке). Могут ли в результате таких ходов встретиться все возможные варианты расположения этих двух фишек, причём ровно по одному разу?

**Теорема** (критерий двудольного графа). Граф является двудольным в том и только том случае, когда в нем нет циклов нечетной длины.

*Слова «в том и только том случае» означают, что есть следствие в обе стороны. Если граф двудольный, то в нем нет нечетных циклов. И если в графе нет нечетных циклов, то он обязательно двудольный.*

**11** В каждую вершину связного графа записали произвольное число, затем на каждом ребре записали сумму чисел в его концах, после чего стерли числа в вершинах. Обязательно ли можно восстановить числа в вершинах? Разберите случаи, когда граф является

- a** циклом четной длины;
- b** циклом нечетной длины;
- c** произвольным двудольным;
- d** произвольным не двудольным.

**12★** Вершины связного двудольного графа пронумеровали числами от 1 до  $n$ . Затем на каждом ребре записали сумму чисел в его концах и числа в вершинах стерли. Для каких графов числа в вершинах обязательно удастся восстановить?