

7М, спецкурс, листок 13

13 декабря 2022

Вспоминаем графы

1 В стране Цифра сто городов, называющихся $1, 2, 3, \dots, 100$. Два города соединены дорогой, если сумма всех цифр в их названиях делится на 3. Можно ли по этим дорогам доехать от города 15 до города 43?

2 В 7М классе 13 мальчиков и 12 девочек. Анна Алексеевна связывает их веревками, чтобы они не разбежались (каждая веревка одним концом привязана к одному ученику, а другим — к другому). Сможет ли Анна Алексеевна сделать так, чтобы к каждому мальчику было привязано по 5 веревок, а к каждой девочке по 4?

3 Можно ли нарисовать на плоскости 13 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?

4 В стране Оз 43 города, каждый из которых соединен авиалиниями не менее, чем с 21 другим. Докажите, что из любого города можно самолетом добраться до любого другого (возможно, с посадками).

5 В трех вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается двигать их по диагонали на свободное место. Можно ли такими действиями добиться, чтобы одна из фишек вернулась на первоначальное место, а две другие поменялись местами?

6 Можно ли на окружности расположить числа $0, 1, 2, \dots, 9$ так, чтобы любые два соседних числа отличались на 3, 4 или 5?

7 На листе бумаги отмечена 1001 точка. Двое играют в следующую игру: каждый своим ходом соединяет две отмеченные точки линией. Запрещается соединять пару точек повторно. Проигрывает тот, после хода которого из любой точки можно пройти в любую другую, двигаясь от вершины к вершине по проведенным линиям. Кто выигрывает при правильной игре?

7М, спецкурс, листок 13

13 декабря 2022

Вспоминаем графы

1 В стране Цифра сто городов, называющихся $1, 2, 3, \dots, 100$. Два города соединены дорогой, если сумма всех цифр в их названиях делится на 3. Можно ли по этим дорогам доехать от города 15 до города 43?

2 В 7М классе 13 мальчиков и 12 девочек. Анна Алексеевна связывает их веревками, чтобы они не разбежались (каждая веревка одним концом привязана к одному ученику, а другим — к другому). Сможет ли Анна Алексеевна сделать так, чтобы к каждому мальчику было привязано по 5 веревок, а к каждой девочке по 4?

3 Можно ли нарисовать на плоскости 13 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?

4 В стране Оз 43 города, каждый из которых соединен авиалиниями не менее, чем с 21 другим. Докажите, что из любого города можно самолетом добраться до любого другого (возможно, с посадками).

5 В трех вершинах правильного пятиугольника расположили по фишке. Разрешается двигать их по диагонали на свободное место. Можно ли такими действиями добиться, чтобы одна из фишек вернулась на первоначальное место, а две другие поменялись местами?

6 Можно ли на окружности расположить числа $0, 1, 2, \dots, 9$ так, чтобы любые два соседних числа отличались на 3, 4 или 5?

7 На листе бумаги отмечена 1001 точка. Двое играют в следующую игру: каждый своим ходом соединяет две отмеченные точки линией. Запрещается соединять пару точек повторно. Проигрывает тот, после хода которого из любой точки можно пройти в любую другую, двигаясь от вершины к вершине по проведенным линиям. Кто выигрывает при правильной игре?