

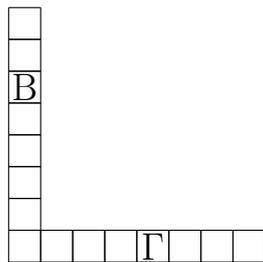
7М, спецкурс, листок 9

25 октября 2022

Разнобой

Задачи расположены не в порядке возрастания сложности.

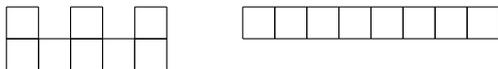
1 Есть уголок из 15 клеток и две фишки: фишка В может ходить на одну клетку по вертикали, фишка Г — по горизонтали. Рассмотрим множество всевозможных позиций, которые можно получить, выставив В на вертикаль уголка, а Г — на свободную клетку горизонтали (см. пример на рис.). Если из некоторой позиции сделать ход одной из фишек, а из полученной позиции ход другой фишкой, мы получим тройку позиций (начальную, после первого хода и после второго хода), которую назовём *триадой* (позиции триады не упорядочены). Найдите общее число триад.



2 Из Южной Америки в Россию 2022 корабля везут бананы, лимоны и ананасы. Число бананов на каждом корабле равно числу лимонов на остальных кораблях вместе взятых, а число лимонов на каждом корабле равно числу ананасов на остальных кораблях вместе взятых. Докажите, что общее число фруктов делится на 19.

3 Кубик Рубика выведен из первоначального состояния некоторой комбинацией поворотов. Докажите, что всегда можно вернуть его в исходное состояние, выполнив эту комбинацию еще несколько раз.

4 Можно ли так расставить цифры $1, 2, \dots, 8$ в клетках **a** буквы Ш; **b** полоски, чтобы при любом разрезании фигуры на две части сумма всех цифр в одной из частей делилась на сумму всех цифр в другой? (Резать можно только по границам клеток. В каждой клетке должна стоять одна цифра, каждую цифру можно использовать только один раз.)



5 На собрании должны выступить 15 человек: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М, Н, О, П. Сколькими способами их можно расположить в списке ораторов при условии, что после Б должны выступать Е, Ж, И, М (в любом порядке)?

6 **a** По кругу записаны 43 натуральных числа. В каждой паре соседей одно число делится на другое. Правда ли, что и в какой-то паре не соседних чисел одно число делится на другое?

b А если чисел 42?

7 Хромой король умеет ходить по шахматной доске вправо, вверх и вправо-вверх на одну клетку. Каких путей хромого короля больше всего, а каких меньше всего: из А1 в Н8, из А1 в Н7 или из А1 в F8? (А1 — это левый нижний угол, латинскими буквами нумеруются вертикали, а цифрами — горизонтали.)