

Комбинаторика-3. Организация выбора

Как найти, сколько есть способов выбрать *такую штуку*? Нужно четко описать процесс выбора, при котором *каждая такая штука* будет выбрана ровно один раз (или одинаковое количество раз), а все *нестакые штуки* выбраны вообще не будут.

Этот процесс должен быть организован так, чтобы количество его исходов можно было посчитать. Есть несколько общих идей, помогающих это сделать.

1) Посчитать *нестакые штуки*, а затем вычесть их их общего количества *штук*.
2) Установить соответствие между *такими штуками* и элементами какого-то более простого множества.

3) Выбрать часть *такой штуки* (ее «скелет»), а потом однозначно достроить этот скелет до целого.

3') Или не однозначно. Если каждый скелет достраивается до целой *такой штуки* одним и тем же числом способов, то ответ можно найти при помощи умножения.

3'') Если скелеты разбиваются на группы понятных размеров, и в каждой группе все скелеты достраиваются до целого одним и тем же числом способов, то ответ можно найти, сложив произведения для всех групп.

4) Вручную подсчитать *такие штуки* меньших размеров и попробовать угадать ответ.

0 У скольких семизначных чисел все цифры различны, а в каждой паре соседних цифр меньше та, которая дальше от края?

1 Сколько есть способов покрасить клетки прямоугольника **a** 3×4 ;
b 4×4 в белый и черный цвет так, чтобы в каждой полоске 1×4 (или 4×1) было нечетное число белых клеток?

2 Белоснежка и 7 гномов все разного роста. Они делают фото на память: один гном фотографирует, остальные становятся в ряд с Белоснежкой в середине, а с обеих сторон рост гномов уменьшается при приближении к краю. Сколько фотографий с разным порядком участников можно получить?

3 Сколько есть пятизначных чисел, у которых первая цифра больше последней на 2?

4 В алфавите языка Мумбо-Юмбо ровно 5 букв: Б, М, О, У, Ю, а в каждом слове – ровно две гласных, они стоят не рядом, а согласных может быть сколько угодно, но не бывает тройки согласных подряд. Вождь повелел считать словами все строки букв, удовлетворяющих этим условиям и выпустить полный словарь. Сколько в нём будет слов?

5 (**Разбор в начале занятия в четверг**) Певица приехала в город на две недели. Сколькими способами она может так выбрать три вечера для концерта, чтобы не петь два вечера подряд?

6 В марсианском языке три буквы — А, О и Ъ. По правилам грамматики два твёрдых знака подряд не пишутся, и в слове каждая буква должна встретиться ровно 5 раз. Сколько возможно различных пятнадцатibuквенных слов?

7 Сколькими способами можно поставить крестики и нолики в клетки доски 8×8 так, чтобы в каждом квадрате 2×2 было чётное число крестиков?

8 У Гоши есть красный, желтый и синий карандаши. Сколькими способами он может раскрасить клетки квадрата 3×3 так, чтобы соседние по стороне клетки были разных цветов?

9 Дана полоска 1×9 . В её клетки последовательно записываются цифры $1, 2, \dots, 9$ по следующему правилу: сначала в какую-нибудь клетку пишут число 1 , затем число 2 записывают в соседнюю клетку, затем число 3 в одну из соседних с уже занятыми и так далее. Сколько различных девятизначных чисел можно так записать?

Задачи на шоколадку

7★ Можно ли написать 2022 различных 2022 -значных полных квадратов, получающихся друг из друга перестановкой цифр?