

23 сентября 2023. Страта В.
Занятие 3. Делимость и остатки-1.

Вычитая из меньшего большее, из человека — Время,
получаешь в остатке слова, выделяющиеся на белом
фоне отчётливей, чем удаётся телом
это сделать при жизни, даже сказав «лови!».
Что источник любви превращает в объект любви.

И. А. Бродский, «VI. Йорк»

Разбор

-1 [задача №8 с прошлого занятия] Докажите, что простых чисел бесконечно много. (Это утверждение называется теоремой Евклида.)

Рассмотрим доказательство, которое приводит в «Началах» сам Евклид. Пусть простых чисел конечное число. Назовём произведение всех простых чисел P и рассмотрим число $P+1$. Если оно простое, то больше любого из делителей P , если же составное, то не делится ни на какой простой делитель P (потому что даёт при делении на него остаток 1), значит, его простые делители — это какие-то новые простые числа. В любом случае мы нашли «неучтённое» простое число, что противоречит изначальному предположению.

0 Найдите все натуральные числа, при делении которых на 8 в частном получается то же число, что и в остатке.

А теперь сами:

1 Может ли сумма семи слагаемых делиться на число, на которое не делится

a ровно одно из слагаемых;

b ровно два из слагаемых;

c ни одно из слагаемых?

2 Может ли сумма трёх последовательных натуральных чисел быть простым числом?

3 Числа p , $p+10$, $p+14$ — простые. Найдите p .

4 Найдутся ли **a** 4 **b** 5 различных натуральных чисел, сумма любых трёх из которых — простое число?

5 Найдите наибольшее число N , такое, что если N разложить в сумму двух нечётных слагаемых, и одно из них простое, то и второе простое.

6 Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых первых нескольких чисел делится на следующее за ними число. Какое число стоит на третьем месте, если на первом месте записано число 37, а на втором — 1?

7 **a** Приведите пример 4, 5, 6 идущих подряд составных чисел.

b Докажите, что для любого N найдётся N идущих подряд составных чисел.

23 сентября 2023. Страта В.
Занятие 3. Делимость и остатки-1.

Вычитая из меньшего большее, из человека — Время,
получаешь в остатке слова, выделяющиеся на белом
фоне отчётливей, чем удаётся телом
это сделать при жизни, даже сказав «лови!».
Что источник любви превращает в объект любви.

И. А. Бродский, «VI. Йорк»

Разбор

-1 [задача №8 с прошлого занятия] Докажите, что простых чисел бесконечно много. (Это утверждение называется теоремой Евклида.)

Рассмотрим доказательство, которое приводит в «Началах» сам Евклид. Пусть простых чисел конечное число. Назовём произведение всех простых чисел P и рассмотрим число $P+1$. Если оно простое, то больше любого из делителей P , если же составное, то не делится ни на какой простой делитель P (потому что даёт при делении на него остаток 1), значит, его простые делители — это какие-то новые простые числа. В любом случае мы нашли «неучтённое» простое число, что противоречит изначальному предположению.

0 Найдите все натуральные числа, при делении которых на 8 в частном получается то же число, что и в остатке.

А теперь сами:

1 Может ли сумма семи слагаемых делиться на число, на которое не делится

a ровно одно из слагаемых;

b ровно два из слагаемых;

c ни одно из слагаемых?

2 Может ли сумма трёх последовательных натуральных чисел быть простым числом?

3 Числа p , $p+10$, $p+14$ — простые. Найдите p .

4 Найдутся ли **a** 4 **b** 5 различных натуральных чисел, сумма любых трёх из которых — простое число?

5 Найдите наибольшее число N , такое, что если N разложить в сумму двух нечётных слагаемых, и одно из них простое, то и второе простое.

6 Числа от 1 до 37 записали в строку так, что сумма любых первых нескольких чисел делится на следующее за ними число. Какое число стоит на третьем месте, если на первом месте записано число 37, а на втором — 1?

7 **a** Приведите пример 4, 5, 6 идущих подряд составных чисел.

b Докажите, что для любого N найдётся N идущих подряд составных чисел.