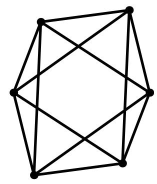
Домашнее задание на 25 октября.

$\boxed{1.}$ Диагонали AC и BD четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке O, причём $OB = OC$, $AD \neq BC$ и $\angle ABD = \angle ACD$. Докажите, что $ABCD$ — равнобедренная трапеция с основаниями AD и BC.

$\boxed{2.}$ На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечены точки P и Q так, что $\angle PBA = \angle QBC$. Докажите, что $PB = BQ$.

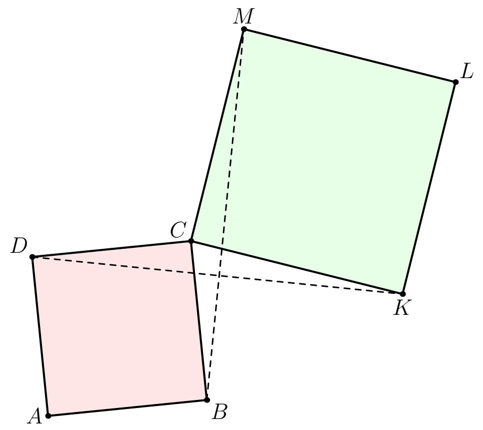
$\boxed{3.}$ Докажите, что биссектрисы равнобедренного треугольника, проведённые к его боковым сторонам, равны.

$\boxed{4.}$ Руководитель велел дизайнеру разработать логотип компании. На нём, по его замыслу, должны быть 6 точек, соединённых отрезками так, что из каждой точки выходило бы ровно 4 отрезка. Дизайнер принёс проект (см. рис), но заказчик остался недоволен: "А Вы не могли бы сделать, чтобы отрезки не пересекались?" Помогите дизайнеру выполнить это требование.



$\boxed{5.}$ $ABCD$ — дельтоид (у которого $AB = AD$ и $BC = CD$). Продолжения сторон AB и CD пересекаются в точке M, а продолжения сторон AD и BC пересекаются в точке N. Докажите, что $AM = AN$.

$\boxed{6.}$ См. рисунок. $ABCD$ и $KLMC$ – квадраты (то есть, их стороны равны, их углы прямые). Докажите, что $BM = DK$.



$\boxed{7.}$ Гриша начертил на плоскости 1543 прямые и посчитал все получившиеся точки пересечения. Получилось ровно 56 точек. Не ошибся ли Гриша? (Точка пересечения — точка, через которую проходит не менее двух начерченных прямых. На каждой прямой лежит хотя бы две точки пересечения.)

$\boxed{8.}$ См. рисунок. $Q \in (PR)$, $AP = AQ$, $AS = AR$.

Несложно показать, что $\triangle APS \overset{I}{=} \triangle AQR$ (всё нужное в условии), и потому $QR = PS$. А теперь докажите, что $\angle APR = \angle SPN$.