

7 класс, геометрия. Пятая неделя, 26 сентября – 01 октября.

Теорема (Обратная теореме о вертикальных углах.) Если два угла равны, две их стороны составляют прямую, а углы расположены в разных полуплоскостях относительно неё, то и две другие стороны составляют прямую, то есть эти углы вертикальные.

Задачи о стрелках часов. Какой угол между часовой и минутной стрелкой в 16.00? в 11.30? в 23.40? в 19.25?

Определение. **Ломаная** — $[A_1A_2] \cup [A_2A_3] \cup [A_3A_4] \cup \dots \cup [A_{n-1}A_n]$ ($n \geq 2$). Достаточно понятно? Давайте скажем ещё и словами. **Ломаная** — набор точек на плоскости, последовательно соединённых отрезками.

Точки называются **вершинами** ломаной, а отрезки — её **звеньями**. Один отрезок — тоже ломаная!

Определение. Ломаная называется **замкнутой**, если $A_n = A_1$, то есть последняя вершина совпадает с первой. Понятно, что у замкнутой ломаной любую вершину можно условно считать первой.

Определение. Ломаная называется **простой**, если из каждой вершины выходит не более двух звеньев и никакие два звена не имеют общих точек, кроме вершин.

Определение. Ломаная называется **невыврожденной**, если её соседние звенья не лежат на одной прямой (а иначе — вырожденной). Во всех наших задачах мы будем предполагать, что ломаные невырождены.

Упражнение. Начертите ломаную, у которой два звена лежат на одной прямой. Какое минимальное количество звеньев она может содержать? Четыре.

Упражнение. Начертите четырёхзвенную ломаную, у которой все звенья пересекаются какими-то другими звеньями.

Упражнение. Начертите простую замкнутую десятизвенную ломаную и прямую, которая пересекает (не в вершинах) все её звенья.

Задача. Можно ли сделать то же с 11-звенной ломаной? Нет. Пусть это возможно, тогда покрасим точки в одной полуплоскости относительно прямой в синий цвет, а в другой -- в красный. Синие и красные вершины ломаной должны чередоваться, но их нечётное количество.

Определение. Простая замкнутая ломаная называется **многоугольником**. Звенья ломаной в этом случае называются сторонами многоугольника. У многоугольника $N \geq 3$ вершин и столько же сторон. Когда хотят это подчеркнуть, пишут « N -угольник». Для маленьких N говорят словами: треугольник, четырёхугольник, пятиугольник и т. п.

Многоугольник делит плоскость на две области, внутреннюю и внешнюю. Это кажется очевидным, но строго доказать непросто. Мы примем этот факт без доказательства. Многоугольник вместе с внутренней областью называют **плоским многоугольником** (та же логика, что и с углами).

Задача. На плоскости отмечены четыре точки общего положения. Привыкайте к этому термину. Точки общего положения — такие, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько существует четырёхугольников с вершинами в ЭТИХ ТОЧКАХ? Кажется, что один, но это так не всегда. Если одна из точек лежит внутри треугольника, образованного двумя другими, то четырёхугольников три.