7 класс, геометрия. Третья неделя, 12 – 17 сентября.

Упражнение. Точки A, B, C лежат на одной прямой. Известно, что $AC = 6$, $AB + BC = 10$. Чему может быть равно BC?

Задача. Вдоль шоссе стоит а) два б) три в) четыре г) n домов. Где надо построить автобусную остановку, чтобы сумма расстояний до неё от всех домов была минимальной?

Ясно, что строить остановку нужно где-то между крайними домами. Если домов два, можно строить где угодно, совсем не обязательно посередине. Если три, то у среднего дома. В самом деле, если дома A, B, C, а остановка S между A и B, то жители A и B в сумме пройдут AB, а житель C пройдёт BC и ещё SB, которое можно минимизировать, выбрав $S = B$. Ситуация с четырьмя домами принципиально не отличается от ситуации с двумя и тремя.

Понятно теперь, как решается общая задача. Если дома слева направо пронумерованы от 1 до n, то остановку при $n = 2k$ надо строит между домами №№ k и $k+1$, а при $n = 2k+1$ – у дома № $k+1$. Доказательство основано на том, что суммарно жители домов №№ i и $n-i$ пройдут не менее расстояния между этими домами (причём если остановка между ними – пройдут ровно столько). То есть для минимальности суммы надо поместить остановку между всеми такими парами. Это требование и реализует указанный выше ответ.

Упражнение. Точка C делит $[AB]$ в отношении $15 : 43$, считая от точки A. Найдите AC, если $AB = 203$.

Упражнение. Точка C делит $[AB]$ в отношении $7 : 5$, считая от точки A. Точка D делит $[AC]$ в отношении $3 : 1$, считая от точки A. Какую долю отрезка $[AB]$ занимает $[CD]$?

Упражнение. Точка C делит $[AB]$ в отношении $2 : 3$, считая от точки A. Точка E делит $[BC]$ в отношении $3 : 4$, считая от точки B. В каком отношении точка E делит $[AB]$?

Мы поговорили немного об отрезках, теперь речь пойдёт об углах.

Угол — фигура, состоящая из двух лучей (*сторон угла*) с общим началом (*вершиной угла*). Угол делит плоскость на две части, каждая из которых называется ***плоским углом***. Если лучи составляют одну прямую, угол называется ***развёрнутым***. Плоские углы у развёрнутого угла — это полуплоскости. У остальных углов они разные — меньший и больший. Вопрос: как можно геометрически определить меньший угол? `Ответ. Это пересечение полуплоскостей, определяемых прямыми, содержащими стороны угла. И не каких попало полуплоскостей, а содержащих вторую сторону.` Ещё вопрос: что роднит меньший угол с полуплоскостью? `Правило про отрезки. У большего угла можно указать две внутренние точки такие, что отрезок, их соединяющий, пересекает стороны.` Меньший угол правильнее называть *выпуклым*. По умолчанию из двух плоских углов, образуемых двумя лучами, рассматривается именно он.

Угол, образованный лучами AB и AC обозначается $\angle BAC$ или $\angle C$. `В принципе без разницы, как именно писать. Но правильнее против часовой стрелки. Почему -- расскажем позже.`

Аксиомы углов очень похожи на аксиомы отрезков.

Первая аксиома углов. Любой плоский угол имеет положительную градусную меру. Градусная мера любого развёрнутого угла равна $180°$.

За градусную меру неразвёрнутого угла принимается градусная мера его выпуклого плоского угла.

Вместо слов «градусная мера» часто говорят «величина». Кроме того, можно просто говорить «найдите угол», «чему равен угол» и т. п. Обычно в таких случая понятно, что речь идёт о градусной мере.

Вторая аксиома углов. Градусная мера плоского угла равна сумме градусных мер углов, на которые он делится любым лучом, исходящим из его вершины.

Третья аксиома углов. От любого луча в заданную полуплоскость можно отложить угол любой градусной меры, меньшей $180°$, причём единственным образом.