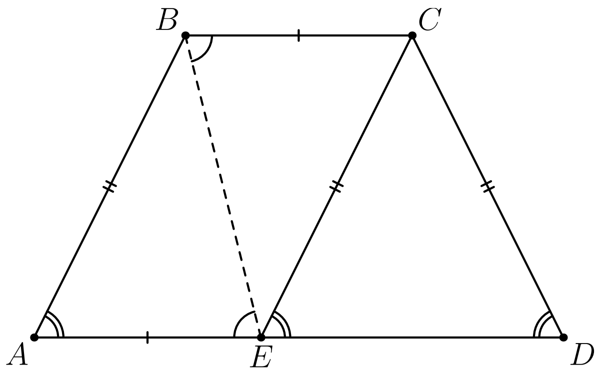
Задача №1 из устной работы во вторник – важная. Запишем её.

Утверждение. Основания равнобедренной трапеции параллельны.

Верно и, в некотором смысле, обратное.

Утверждение. Если две противоположные стороны четырёхугольника параллельны, а две другие равны, то это равнобедренная трапеция (или параллелограмм).

Доказательство. Пусть в четырёхугольнике $ABCD$ $AD||BC$ и $AB = CD$. Если $AD = BC$, это параллелограмм по признаку. Если нет, то, не ограничивая общности можно считать, что $AD > BC$. Отметим тогда на AD такую точку E, что $AE = BC$.



Треугольники ABE и CEB равны по первому признаку, поэтому $AB = CE$, и $ABCE$ – параллелограмм по признаку. Тогда $\angle D = \angle DEC = \angle A$, и $ABCD$ – равнобедренная трапеция по признаку.

Эти утверждения позволяют дать новое определение равнобедренной трапеции – то, которое является общепринятым.

А именно, назовём ***трапецией*** четырёхугольник, две противоположные стороны которого параллельны (основания), а две другие – нет (боковые стороны).

Трапецию с равными боковыми сторонами, назовём ***равнобедренной***.

Во вторник в задаче №3 мы доказали некоторое свойство правильных треугольников, построенных на сторонах квадратов. Оказывается, это можно обобщить – факт верен для любого ромба.

Задача. $ABCD$ — ромб, CDP и BCQ — правильные треугольники (P и A по одну сторону от CD, Q и A по разные стороны от BC). Докажите, что A, Q и P лежат на одной прямой.

Разберём интересную домашнюю задачу.

$\boxed{8.}$ Внутри квадрата $ABCD$ отмечена точка E так, что $BE = CE$ и $\angle BEC = 150°$. Найдите $\angle BEA$.

Отметим внутри квадрата точку F так, что треугольник AFD равносторонний. Из несложной задачи №3 мы знаем, что $\angle ABF = \angle DCF = 75°$. То есть $\angle FBC = \angle FCB = 15°$. Но ведь и $\angle EBC = \angle ECB = 15°$. Это означает, что $[BE) = [BF)$ и $[CE) = [CF)$. Но два луча пересекаются только в одной точке, поэтому $F = E$. Поэтому $\angle BEA = \angle BFA = 75°$.

Прямоугольный треугольник с углами $30°$ и $60°$ («треугольнике 30-60-90»), очень популярен в геометрических задачах. Оказывается, он обладает простым и важным свойством.

Теорема. В «треугольнике 30-60-90» катет, лежащий против угла $30°$ вдвое короче гипотенузы.