

7 математический класс 1543

28 февраля/3 марта 2023

Функцией называется такое правило, по которому одна величина зависит от другой величины (*аргумента функции*), что каждому значению аргумента соответствует ровно одно *значение функции*.

Такая зависимость одной величины от другой называется **функциональной**.

1 Какие из следующих зависимостей являются функциональными? Запишите их формулами там, где это возможно.

a Вес человека W зависит от его роста H .

b Температура T на термометре в кабинете физики зависит от даты-времени t .

c В цистерне было 300 л воды. Через открытый кран каждую минуту из цистерны выливается 2 л воды. Объем V воды в цистерне зависит от времени t , в течение которого из нее выливается вода.

d Площадь S квадрата зависит от его периметра P .

e Площадь S прямоугольника зависит от его периметра P .

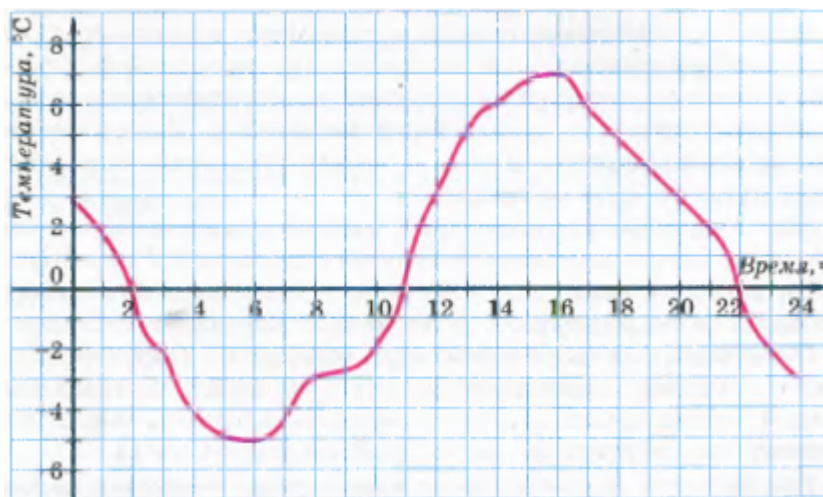
f Автомобиль проехал 120 км со скоростью v . Время t , затраченное на поездку, зависит от скорости v .

2 Тимофей положил в банк 100 тысяч рублей под 10% годовых. Сколько денег у него будет через n лет? Заполните таблицу.

Количество лет n	0	1	2	3	4	5
Сумма денег на счете M , руб	100000					

Является ли зависимость M от n функциональной? Можно ли записать её формулой?

3 Вот график зависимости температуры T от времени суток t . Является ли эта зависимость функциональной? А зависимость времени от температуры?



Аргумент функции часто обозначается переменной x , значение — переменной y , а сама функция — буквой f . То, что переменная y функционально зависит от переменной x , записывается как $y = f(x)$ (читается «игрек равен эф от икс»).

Все возможные значения, которые может принимать аргумент, образуют **область определения функции**. Она обозначается $D(f)$ (где f — название функции).

Все возможные значения, которые может принимать функция, образуют её **область значений**. Она обозначается $E(f)$ (где f — название функции).

4 Найдите области определения функций из задач 1-3. Найдите области значений функций из задач 1c, 1d, 1f, 3.

5 Найдите области определения и области значений следующих функций:

- a c — «возведение в куб».
- b m — «модуль числа».
- c r — «взятие обратного числа».
- d $N_{\text{сторон}}$ — «количество сторон многоугольника».
- e r_3 — «остаток от деления на 3».

6 Придумайте какие-нибудь функции f со следующими свойствами:

- a $D(f)$ — все люди, $E(f)$ — целые числа (но не обязательно все целые числа).
- b $D(f)$ — все многоугольники, $E(f)$ — все положительные числа.
- c $D(f)$ — все рациональные числа, $E(f)$ — все целые числа.

Чтобы *задать функцию*, необходимо задать её область определения и указать правило, по которому каждому значению аргумента сопоставляется значение функции.

7 Какие из следующих описаний задают одну и ту же функцию?

- a $f(x) = 2x - 1$, где x — натуральное число.
- b $f(x) = 2x + 1$, где x — натуральное число.
- c $f(x) = \frac{(2x-1)(x-3)}{x-3}$, где x — натуральное число.
- d Число под номером x в ряду нечётных чисел $1, 3, 5, 7, \dots$.
- e Дано натуральное число x . Вычтем из него 1, а результат умножим на 2. Полученное число является искомым значением функции.
- f Дано натуральное число x . Умножим его на 2, а из результата вычтем 1. Полученное число является искомым значением функции.
- g Вырежем из клетчатого квадрата со стороной x клеток квадрат со стороной, на одну клетку меньшей. Число клеток в оставшейся фигуре является искомым значением функции.

8 Функция задана формулой $f(x) = 5 - \frac{x}{3}$ на множестве всех действительных чисел. Найдите $f(12)$, $f\left(\frac{15}{43}\right)$. Чему равен x , если $f(x) = 0$? Может ли так оказаться, что $f(x) = x$?

9 Областью определения функции g являются натуральные числа. Известно, что $g(1) = 0$, $g(2) = 2$, $g(3) = 6$, $g(4) = 12$, $g(5) = 20$, $g(6) = 30$. Придумайте какую-нибудь формулу, которая задаёт эту функцию.

10 Дана функция $f(x) = x - 2x^2$, область определения которой состоит из чисел $-1, -0,7, 0, \frac{1}{2}, 1, 3, 11$. Задайте её при помощи таблицы.

11 Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & \text{если } x \leq -2 \\ x^2, & \text{если } -2 < x < 3 \\ 6, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

Заполните таблицу её значений:

x	-3	-2	2	2,9	3	8,1
$f(x)$						

12* Придумайте функцию f , областью определения которой являются натуральные числа, а множеством значений — все обыкновенные дроби $\frac{m}{n}$ (не обязательно несократимые), где m и n — натуральные числа.

Домашнее задание
28 февраля/3 марта → 7 марта

1 Придумайте какие-нибудь функции f со следующими свойствами:

a $D(f)$ — все нарицательные существительные русского языка, $E(f)$ — все буквы русского алфавита, кроме «ъ», «ы», «ь».

b $D(f)$ — все числа, $E(f)$ — все неположительные числа (т.е. отрицательные и 0).

c $D(f)$ — все числа, $E(f)$ — все числа от 0 до 0,5 включительно.

2 Функция $s(n)$ — это количество спичек, необходимое, чтобы выложить из них квадрат со стороной в n спичек (на рисунке изображён квадрат со стороной 2). Задайте $s(n)$ формулой.



3 Про функцию f , определённую для натурального аргумента n , известно, что $f(1) = 1$, $f(2) = 7$, $f(3) = 25$, $f(4) = 79$, $f(5) = 241$. Придумайте какую-нибудь формулу, которая задавала бы эту функцию.

4 Принимает ли функция $q(x) = x(10 - x)$, определённая для всех чисел, значение 24? А значение 100?

5 Вычислите $\left(2\frac{2}{3} - 3,2\right)^3 : \frac{2^{10}}{3^4 \cdot 5^2}$

6 Крокодил Гена и Чебурашка стоят в бассейне с водой. Под водой скрыто 30% роста Гены, а над водой видно 30% роста Чебурашки. Гена выше Чебурашки на 80 см, а какова глубина бассейна?

Домашнее задание
28 февраля/3 марта → 7 марта

1 Придумайте какие-нибудь функции f со следующими свойствами:

a $D(f)$ — все нарицательные существительные русского языка, $E(f)$ — все буквы русского алфавита, кроме «ъ», «ы», «ь».

b $D(f)$ — все числа, $E(f)$ — все неположительные числа (т.е. отрицательные и 0).

c $D(f)$ — все числа, $E(f)$ — все числа от 0 до 0,5 включительно.

2 Функция $s(n)$ — это количество спичек, необходимое, чтобы выложить из них квадрат со стороной в n спичек (на рисунке изображён квадрат со стороной 2). Задайте $s(n)$ формулой.



3 Про функцию f , определённую для натурального аргумента n , известно, что $f(1) = 1$, $f(2) = 7$, $f(3) = 25$, $f(4) = 79$, $f(5) = 241$. Придумайте какую-нибудь формулу, которая задавала бы эту функцию.

4 Принимает ли функция $q(x) = x(10 - x)$, определённая для всех чисел, значение 24? А значение 100?

5 Вычислите $\left(2\frac{2}{3} - 3,2\right)^3 : \frac{2^{10}}{3^4 \cdot 5^2}$

6 Крокодил Гена и Чебурашка стоят в бассейне с водой. Под водой скрыто 30% роста Гены, а над водой видно 30% роста Чебурашки. Гена выше Чебурашки на 80 см, а какова глубина бассейна?