

7 математический класс 1543
26/27 января 2023

1 Выделяя полные квадраты, решите квадратные уравнения:

a $x^2 - 6x - 112 = 0$; **b** $3b^2 + 10b - 8 = 0$ **c** $6q^2 + q - 35 = 0$;

2 Докажите, что многочлен $3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$ принимает неотрицательные значения при любых значениях переменных a, b, c .

3 Для строительства апартаментов у моря требуется отгородить прямоугольную территорию забором длиной 1 км. Какую наибольшую площадь удастся огородить? (Берег моря – прямая линия, вдоль моря забор не нужен.)

Вот ещё две формулы сокращённого умножения: формулы **суммы кубов** и **разности кубов**.

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Как обычно, чтение этих формул слева направо позволяет быстро перемножать некоторые многочлены, а чтение справа налево – раскладывать на множители.

4 Перемножьте быстро $(3x + 2)(x - 1)(9x^2 - 6x + 4)(x^2 + x + 1)$.

5 Решите уравнение $(3x - 1)(9x^2 + 3x + 1) - 9x(3x^2 - 4) = 17$.

6 Разложите на множители:

a $8a^3 + 27b^3$;

b $x^{27} - y^{15}$;

c $1\frac{61}{64}m^3 + 512n^3$;

d $0,343 - 27p^{27}$;

e $(m - 4)^3 - 216$;

f $1000 + (y - 10)^3$;

g $(3c + 1)^3 + (c - 4)^3$;

h $x^6 - y^6$.

7 Докажите, что $1543^3 - 1$ делится на 257.

8 Какая в числе $1543^3 + 1557^3$ третья цифра с конца?

9 Решите уравнения:

a $(x^2 - 4)(x^2 + 2x + 4) = 24 - 3x^3$;

b $(2x - 1)^3 + (x + 2)^3 = 21x + 7$;

c $(4x - 1)^3 = 16x^2 - 8x + 1$.

10 Докажите, что $\frac{3^{14} - 2^{14}}{3^7 - 2^7} = \frac{3^{21} + 2^{21}}{3^{14} - 6^7 + 2^{14}}$.

11 Найдите $a^6 + 3a^2b^2 + b^6$, если $a^2 + b^2 = 1$.

12* Про целые числа a, b, c известно, что $ab + bc + ac = 1$. Докажите, что число $(1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2)$ является точным квадратом.

Домашнее задание
26/27 января → 31 января

0 Впишите в шаргалку формулы суммы кубов и разности кубов. Напишите не меньше 3 примеров их применения.

1 Разложите на множители, используя формулы суммы или разности кубов:

a $a^3b^6 - c^9$;

b $125c^3 + 0,008d^3$;

c $(2x - 1)^3 + 64$;

d $0,037 - 0,512t^{12}$

2 Вычислите $(2a - 5)(4a^2 + 10a + 25) - (8a + 8)(a^2 - a + 1)$ при $a = 5\frac{6}{7}$.

3 Решите уравнения:

a $(3 + x)^2 + (5 - 2x)(5 + 2x) - 3(5 - x^2) = 1$;

b $x^3 + 27 = (x + 3)(5 - 7x)$;

c $9x^2 + 12x - 5 = 0$;

4 Какое максимальное значение может принимать выражение $11 - 3x - x^2$?

5 У весов сдвинута стрелка. Когда на весы положили одну связку бананов, весы показали 1,5 кг. Когда на весы положили связку бананов побольше, весы показали 2,5 кг. Когда взвесили сразу обе связки бананов, весы показали 3,5 кг. Сколько на самом деле весили связки бананов?