

7 математический класс 1543  
6/7 октября 2022

Выражения, значения которых равны при любых значениях входящих в них переменных, называют **тождественно равными**.

Равенство, верное при любых значениях входящих в него переменных, называют **тождеством**.

Замену одного выражения другим, тождественно равным ему, называют **тождественным преобразованием** выражения.

1 Рассмотрим две пары выражений:

a  $x^5 - x$  и  $5x^3 - 5x$ ;

b  $2(x - 1) - 1$  и  $2x - 3$ .

Проверьте, совпадают ли значения выражений в каждой паре при  $x = -2, -1, 0, 1, 2$ ? Являются ли выражения в каждой из пар тождественно равными?

2 Докажите или опровергните, что равенство является тождеством:

a  $-5x - 6(9 - 2x) = 7x - 54$ ;    b  $|a^2 + 4| = a^2 + 4$ ;    c  $(m + 2)^2 = m^2 + 4$ ;

d  $3(2,1m - n) - 0,9(7m + 2n) = -4,8n$ ;    e  $|a - 1| = |a| - 1$ ;

f  $a(a + b + c) + b(c - a) - c(a + b) = a^2$ .

3 Докажите, что равенство

$$1 + ab + bc + ca = a + b + c + abc$$

не является тождеством. Замените одну из переменных таким числом, чтобы по оставшимся двум переменным получилось тождество.

Пусть  $a$  — какое-то число,  $n$  — натуральное число. Тогда произведение

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

называется  **$n$ -ной степенью  $a$**  (ещё говорят « $a$  в степени  $n$ » или « $a$  в  $n$ -ной степени»).

В частности,  $a^1 = a$ .

Про  $a^2$  говорят ещё « $a$  в квадрате» или « $a$  квадрат», а про  $a^3$  — « $a$  в кубе» или « $a$  куб».

Число  $a$  называется **основанием** степени, число  $n$  — её **показателем**.

4 Докажите следующие свойства степеней:

a  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ ;

d  $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ;

b  $a^m : a^n = a^{m-n}$  при  $m > n$ ;

e  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .

c  $(a^n)^m = a^{m \cdot n}$ ;

5 Упростите выражение и запишите ответ, используя степени:

a  $\underbrace{x^2 \cdot x^2 \cdot \dots \cdot x^2}_{15 \text{ раз}}$ ;    b  $\underbrace{2x \cdot 2x \cdot \dots \cdot 2x}_{43 \text{ раза}}$ ;    c  $\underbrace{(-w) \cdot (-w) \cdot \dots \cdot (-w)}_{1543 \text{ раза}}$ ;

d  $x^{15} \cdot x^{43}$ ;    e  $a^{43} : a^{15}$ ;    f  $(s^{15})^{43}$ ;    g  $y \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot y^4 \cdot y^5$ ;    h  $\left(\left((d^2)^3\right)^4\right)^5$ .

6 Положительно или отрицательно число

a  $(-11)^{12} \cdot (-12)^{13} \cdot (-13)^{14}$ ;    b  $\left(\left((-12)^{13}\right)^{14}\right)^{15}$ ?

7 Представьте в виде степени двойки:    a  $8 \cdot 16 \cdot 128 \cdot 512$ ;    b  $2^{25} \cdot (0,25)^2$ ;    c  $(2^3)^{(4^5)}$ .

8\* Расположите числа в порядке возрастания. («Башенки» степеней вычисляются сверху вниз, например,  $5^{3^2} = 5^9$ .)

$$A = 2222; \quad B = 222^2; \quad C = 22^{22}; \quad D = 2^{222}; \quad E = 22^{2^2}; \quad F = 2^{2^{22}}; \quad G = 2^{2^{22}}; \quad H = 2^{2^{2^2}}.$$

**Домашнее задание**  
**6/7 октября → 11 октября**

**0** Эту задачу сдавать не надо, но сделайте ее все равно. Это сильно поможет вам в будущем.

Выпишите степени двойки (до 11-ой включительно), степени тройки (до 5-ой), пятерки (до 4-ой), семерки (до 3-ей). Внимательно посмотрите на эти числа, постарайтесь запомнить их и научиться узнавать «в лицо». Полезно сделать табличку с ними и повесить перед глазами на рабочем столе. Для запоминания степеней двойки можно немножко поиграть в мобильную игру «2048».

**1** Докажите или опровергните, что равенство является тождеством:

**a**  $0,(09) \cdot \left( a - 2,2 \left( 5m - 4\frac{6}{11}a \right) \right) = a - m;$

**b**  $a(c - 2b) - b(2a - c) + ab(1 + c) = bc(1 - a) - c(b - a);$

**c**  $|a| - |b| = |a - b|;$

**2** При каких  $a$  и  $b$  числа 1543 и 2021 одновременно являются корнями уравнения  $(2a + b)x = a + x - b$ ?

**3** Туристическая фирма провела акцию: «Купи путевку в Египет, приведи четырех друзей, которые также купят путевку, и получи стоимость путевки обратно». За время действия акции 13 покупателей пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые из них привели ровно по 4 новых клиента, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправились в Страну Пирамид бесплатно?

**4** Вычислите  $7^3 - (2^7 - 5^3)^5 - 10^2$ .

**5** Представьте в виде степени:

**a**  $x^1 \cdot x^5 \cdot x^4 \cdot x^3;$     **b**  $(z^{1543} : z^{43}) : z^{15};$     **c**  $(b^{42})^{14} : b^7.$