

7 математический класс 1543
6/7 октября 2022

Выражения, значения которых равны при любых значениях входящих в них переменных, называют **тождественно равными**.

Равенство, верное при любых значениях входящих в него переменных, называют **тождеством**.

Замену одного выражения другим, тождественно равным ему, называют **тождественным преобразованием** выражения.

1 Рассмотрим две пары выражений:

a $x^5 - x$ и $5x^3 - 5x$;

b $2(x - 1) - 1$ и $2x - 3$.

Проверьте, совпадают ли значения выражений в каждой паре при $x = -2, -1, 0, 1, 2$? Являются ли выражения в каждой из пар тождественно равными?

2 Докажите или опровергните, что равенство является тождеством:

a $-5x - 6(9 - 2x) = 7x - 54$; b $|a^2 + 4| = a^2 + 4$; c $(m + 2)^2 = m^2 + 4$;

d $3(2,1m - n) - 0,9(7m + 2n) = -4,8n$; e $|a - 1| = |a| - 1$;

f $a(a + b + c) + b(c - a) - c(a + b) = a^2$.

3 Докажите, что равенство

$$1 + ab + bc + ca = a + b + c + abc$$

не является тождеством. Замените одну из переменных таким числом, чтобы по оставшимся двум переменным получилось тождество.

Пусть a — какое-то число, n — натуральное число. Тогда произведение

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

называется **n -ной степенью a** (ещё говорят « a в степени n » или « a в n -ной степени»).

В частности, $a^1 = a$.

Про a^2 говорят ещё « a в квадрате» или « a квадрат», а про a^3 — « a в кубе» или « a куб».

Число a называется **основанием** степени, число n — её **показателем**.

4 Докажите следующие свойства степеней:

a $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;

d $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$;

b $a^m : a^n = a^{m-n}$ при $m > n$;

e $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

c $(a^n)^m = a^{m \cdot n}$;

5 Упростите выражение и запишите ответ, используя степени:

a $\underbrace{x^2 \cdot x^2 \cdot \dots \cdot x^2}_{15 \text{ раз}}$; b $\underbrace{2x \cdot 2x \cdot \dots \cdot 2x}_{43 \text{ раза}}$; c $\underbrace{(-w) \cdot (-w) \cdot \dots \cdot (-w)}_{1543 \text{ раза}}$;

d $x^{15} \cdot x^{43}$; e $a^{43} : a^{15}$; f $(s^{15})^{43}$; g $y \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot y^4 \cdot y^5$; h $\left(\left((d^2)^3\right)^4\right)^5$.

6 Положительно или отрицательно число

a $(-11)^{12} \cdot (-12)^{13} \cdot (-13)^{14}$; b $\left(\left((-12)^{13}\right)^{14}\right)^{15}$?

7 Представьте в виде степени двойки: a $8 \cdot 16 \cdot 128 \cdot 512$; b $2^{25} \cdot (0,25)^2$; c $(2^3)^{(4^5)}$.

8* Расположите числа в порядке возрастания. («Башенки» степеней вычисляются сверху вниз, например, $5^{3^2} = 5^9$.)

$$A = 2222; \quad B = 222^2; \quad C = 22^{22}; \quad D = 2^{222}; \quad E = 22^{2^2}; \quad F = 2^{2^{22}}; \quad G = 2^{2^{22}}; \quad H = 2^{2^{2^2}}.$$

Домашнее задание
6/7 октября → 11 октября

0 Эту задачу сдавать не надо, но сделайте ее все равно. Это сильно поможет вам в будущем.

Выпишите степени двойки (до 11-ой включительно), степени тройки (до 5-ой), пятерки (до 4-ой), семерки (до 3-ей). Внимательно посмотрите на эти числа, постарайтесь запомнить их и научиться узнавать «в лицо». Полезно сделать табличку с ними и повесить перед глазами на рабочем столе. Для запоминания степеней двойки можно немножко поиграть в мобильную игру «2048».

1 Докажите или опровергните, что равенство является тождеством:

a $0,(09) \cdot \left(a - 2,2 \left(5m - 4\frac{6}{11}a \right) \right) = a - m;$

b $a(c - 2b) - b(2a - c) + ab(1 + c) = bc(1 - a) - c(b - a);$

c $|a| - |b| = |a - b|;$

2 При каких a и b числа 1543 и 2021 одновременно являются корнями уравнения $(2a + b)x = a + x - b$?

3 Туристическая фирма провела акцию: «Купи путевку в Египет, приведи четырех друзей, которые также купят путевку, и получи стоимость путевки обратно». За время действия акции 13 покупателей пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые из них привели ровно по 4 новых клиента, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправились в Страну Пирамид бесплатно?

4 Вычислите $7^3 - (2^7 - 5^3)^5 - 10^2$.

5 Представьте в виде степени:

a $x^1 \cdot x^5 \cdot x^4 \cdot x^3;$ **b** $(z^{1543} : z^{43}) : z^{15};$ **c** $(b^{42})^{14} : b^7.$