

# Математическая вертикаль, спецкурс, занятие 8

13 ноября 2021

## Делимость

Целое число  $a$  **делится** на целое число  $b \neq 0$ , если существует такое целое  $c$ , что  $a = bc$ . Это записывают как  $a : b$ .

### Свойства делимости:

1. Если  $a : b$  и  $b : c$ , то  $a : c$  (транзитивность).
2. Если  $a : c$  и  $b : c$ , то  $(a + b) : c$  и  $(a - b) : c$ .
3. Если  $a : c$ , то  $ab : c$ .
4. Если  $a \neq 0$ , то  $b : c$  равносильно  $ab : ac$ .

**Основная теорема арифметики:** любое число единственным образом представляется в виде произведения простых множителей.

**0** Вспомните признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 3, 9, 11.

**1** **a** Делится ли 0 на 0?

**b** Докажите свойства делимости из вступления, используя определение делимости.

**2** Докажите, что произведение любых пяти подряд идущих натуральных чисел делится **a** на 30; **b** на 120.

**3** Барон Мюнхгаузен утверждает, что он может написать 300-значное число, состоящее из 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, и это число является точным квадратом. Не приукрашивает ли барон?

**4** Можно ли составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 (использованных по одному разу) шестизначное число, которое делится на 11?

**5** Докажите, что ПУШКИН делится на 91 тогда и только тогда, когда ПУШ – КИН делится на 91.

**6** Найдите все решения ребуса  $\text{БРЕГ} \times \text{ГЕРБ} = \underbrace{\text{*****}}_5 000$  (разными буквами обозначены разные цифры, а одинаковыми — одинаковые).

**7** **a** На сколько нулей оканчивается  $43!$  ?

**b** Докажите, что  $43!$  не является точным квадратом. На какой наибольший квадрат оно делится?

**8** В каждую клетку таблицы  $100 \times 100$  записали по ненулевой цифре. Оказалось, что все 100 стозначных чисел, записанных по горизонтали в строках таблицы, делятся на 11. Могло ли так получиться, что из ста стозначных чисел, записанных по вертикали в столбцах таблицы, ровно 99 делятся на 11?