

Математическая вертикаль, спецкурс, занятие 4

2 октября 2021

Подсчет двумя способами

0 На контрольной каждый из 20 школьников решил ровно 3 задачи, а каждую задачу решило ровно 5 человек. Сколько было задач?

1 В прямоугольной таблице $5 \times n$ (5 строк и n столбцов) так расставили числа, что в каждой строке сумма чисел равна 30, а в каждом столбце сумма чисел равна 10. Найдите n .

2 На острове 7 озёр, из каждого вытекает 3 реки и в каждое впадает 2 реки. (Реки впадают только в другое озеро или океан, а из океана ничего не вытекает). Сколько рек впадает в океан?

3 **a** Некоторые клетки таблицы 6×6 покрасили в черный цвет. Могло ли так оказаться, что в каждом квадрате 2×2 закрашено две клетки, а в каждом прямоугольнике 1×3 — одна?

b В таблицу 5×5 записали числа $1, 2, 3, \dots, 25$ в каком-то порядке. Часть чисел покрасили в синий цвет, а остальные — в красный. Могло ли так получиться, что в каждой строке сумма синих чисел равна сумме красных?

4 В конференции принимали участие 19 учёных. После конференции каждый учёный отправил 2 или 4 письма другим участникам. Могло ли случиться так, что каждый человек получил ровно 3 письма?

5 Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырёх углов стопки. Может ли оказаться так, что

a в каждом углу стопки сумма равна 2020?

b в каждом углу стопки сумма равна 2021?

6 Рёбра куба пронумеровали числами от 1 до 12 в каком-то порядке.

a В каждую вершину записали сумму номеров трёх рёбер, сходящихся в ней. Могли ли все числа в вершинах получиться равными?

b В каждую грань записали сумму четырёх чисел, стоящих на её сторонах. Могли ли все записанные на гранях числа получиться равными?

7 Футбольный мяч шит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит с пятью белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?

8 Можно ли в кружочках разместить различные натуральные числа таким образом, чтобы суммы трёх чисел вдоль каждого отрезка оказались равными?

