

Математическая вертикаль, спецкурс, занятие 21

12 марта 2022

Игры. Симметрии и повторения

-1 **a** Имеются две кучки, в обеих по 8 конфет. За один ход можно съесть любое ненулевое число конфет, но только из одной кучки. Выигрывает тот, кто съел последнюю конфету. Кто из игроков, первый или второй, может победить независимо от ходов противника?

b А кто победит в случае, когда в одной кучке 8 конфет, а во второй 13?

0 Двое по очереди ставят шахматных слонов в клетки доски 8×8 так, чтобы слоны не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может выиграть независимо от ходов противника, и как ему нужно для этого играть?

1 **a** Есть две клетчатых шоколадки 4×5 . Двое по очереди разламывают шоколадку или любой из ранее отломанных кусков на два меньших по границам клеток. Если образуются один или несколько одноклеточных кусков, отломивший их съедает. Докажите, что второй может съесть не меньше первого.

b Теперь есть только одна клетчатая шоколадки 8×5 . Двое по очереди разламывают шоколадку или любой из ранее отломанных кусков на два меньших по границам клеток. Если образуются один или несколько одноклеточных кусков, отломивший их съедает. Докажите, что теперь уже первый может съесть не меньше второго.

2 На окружности на равных расстояниях друг от друга расставлено 20 точек. Двое по очереди соединяют любые две из них отрезком, который не пересекается с уже проведенными отрезками. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

3 **a** Есть полоска 1×25 . Петя и Вася по очереди закрашивают либо клетку 1×1 , либо доминошку 1×2 . Еще раз красить уже покрашенные клетки запрещено. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто победит при правильной игре?

b Есть ромашка с 25 лепестками. Петя и Вася по очереди срывают либо 1 лепесток, либо два соседних лепестка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто победит при правильной игре?

4 **a** Двое по очереди ставят ладей в клетки доски 8×8 так, чтобы ладьи не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть независимо от игры противника, и как ему при этом нужно играть?

b Двое по очереди ставят шахматных слонов в клетки доски 7×7 так, чтобы слоны не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть независимо от игры противника, и как ему при этом нужно играть?

5 Двое по очереди разламывают шоколадку размером 10×10 . За один ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из имеющихся кусков вдоль углубления. Кто выигрывает при правильной игре, если выигрывает тот, кто первым отломит дольку 1×1 ?

6 На доске записаны числа: 2020 и 2021. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно либо уменьшить одно из чисел на его ненулевую цифру или на ненулевую цифру другого числа, либо разделить одно из чисел пополам, если оно

чётное. Выигрывает тот, кто первым напишет однозначное число. Кто из них может выиграть, как бы ни играл соперник?

7 Двое играют на доске 43×2022 клеток. Каждый по очереди отмечает квадрат по линиям сетки (любого возможного размера) и закрашивает его. Выигрывает тот, кто закрасит последнюю клетку. Дважды закрашивать клетки нельзя. Кто выигрывает при правильной игре?

8 Изначально на столе лежат три кучки из 100, 101 и 102 камней соответственно. Петя и Вася играют в следующую игру. За один ход каждый из них может взять себе один камень из любой кучи, кроме той, из которой он брал камень на своем предыдущем ходе (при своём первом ходе каждый игрок может брать камень из любой кучки). Ходы игроки делают по очереди, начинает Петя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл соперник?