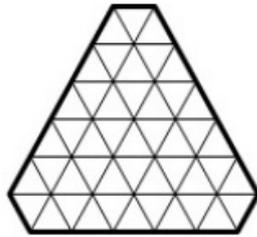


Шахматные доски и шахматные раскраски

Если задачи, отмеченные кодовым словом «баян», вам хорошо знакомы, то можете сказать об этом принимающему и не решать их.

0 (баян) Из шахматной доски 8×8 вырезали две противоположные угловые клетки. Можно ли разрезать оставшуюся часть на 31 доминошку 1×2 ?

1 (баян) Можно ли шестиугольный торт (см. рис.) разрезать на 23 равных куса по указанным линиям?



2 (баян) Можно ли из 13 кирпичей $1 \times 1 \times 2$ сложить куб $3 \times 3 \times 3$ с дыркой $1 \times 1 \times 1$ в центре?

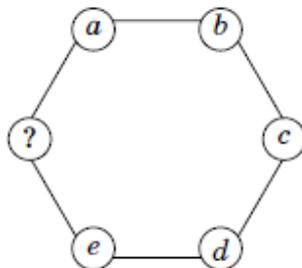
3 (баян) Можно ли разрезать квадрат 10×10 на четырёхклеточные фигурки в форме буквы Т?

4 Можно ли вырезать из шахматной доски фигурку, в которой поровну черных и белых клеток, но при этом её нельзя разрезать на доминошки?

5 Шесть кружков последовательно соединили отрезками. На каждом отрезке записали некоторое число, а в каждом кружке – сумму двух чисел, записанных на входящих в него отрезках. После этого стёрли все числа на отрезках и в одном из кружков.

a Можно ли найти стёртое число в кружке?

b Можно ли восстановить числа на отрезках?



6 **a** (баян) На одну из клеток шахматной доски поставили коня. Может ли он сделать 7 ходов и вернуться в исходную клетку?

b Можно ли на шахматной доске расставить 7 коней так, чтобы каждый бил ровно двух других?

7 Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю.)

8 На доске 100×100 расставлено наибольшее возможное число слонов так, что никакие два слона не бьют друг друга.

a Найдите это максимальное число.

b Докажите, что число таких расстановок является точным квадратом.

9 Доска 8×8 покрыта костями домино. Восемь костей покрывают клетки диагонали, некоторые при этом закрывают ещё клетку выше диагонали, другие — ниже диагонали. Докажите, что тех и других костей поровну.

10 **a** Новая шахматная фигура «кузнечик» поочередно делает ходы на 1, 2, 3, 1, 2, 3, ... клетки (по горизонтали или вертикали). Может ли кузнечик обойти всю доску 8×8 , побывав на каждой клетке ровно 1 раз?

b Тот же вопрос, если кузнечик делает ходы на 1, 2, 1, 2, ... клетки.

11 Вася оклеил (без наложений и разрывов) грани куба $5 \times 5 \times 5$ бумажными полосками 2×1 , причём некоторые полоски оказались согнуты пополам (через ребро куба). Каждая полоска покрывает ровно две клетки. Могло ли число согнутых полосок оказаться чётным?

12 Фигура «мустанг» может делать ходы «удлиннённой буквой Г», то есть за ход она сначала прыгает на N клеток по вертикали или горизонтали, а затем на одну клетку в перпендикулярном направлении. Мустанг стоит на бесконечном клетчатом листе. При каких N он может за несколько ходов оказаться на поле, соседнем с тем, откуда стартовал?

13 Какое наименьшее количество квадратиков 1×1 надо нарисовать, чтобы получилось изображение квадрата 25×25 , разделённого на 625 квадратиков 1×1 ?