

Математическая вертикаль, спецкурс, занятие 14

12 января 2022

Комбинаторика-2

Пусть имеется набор из n различных объектов. Количество способов выбрать из этого набора k объектов называется **числом сочетаний** и обозначается C_n^k (читается «из n по k »).

$$C_n^k = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!}$$

0 **a** В классе 25 человек. Сколькими способами можно выбрать из них троих дежурных?

b На занятия спецкурсом ходит 29 семиклассников. Сколькими способами можно выбрать из них команду, состоящую из капитана, заместителя и ещё 4 человек, для участия в турнире матбоёв?

c Сколько «слов» можно составить из 7 букв Ы и 5 букв У?

1 Рота состоит из трёх офицеров, шести сержантов и 60 рядовых. Сколькими способами можно выделить из них отряд, состоящий из офицера, двух сержантов и 20 рядовых?

2 Сколько семизначных чисел можно составить: **a** из трёх четвёрок и четырёх троек; **b** из трёх пятерок и четырёх нулей?

3 **a** В классе 24 ученика. Нужно выбрать из них шестерых дежурных в раздевалку и троих дежурных в столовую. Сколькими способами можно это сделать? (Один человек не может дежурить и там, и там.)

b А сколько есть способов выбрать дежурных так, чтобы ученик этого класса Коля Васин обязательно дежурил в столовой?

4 Сколькими способами можно разделить 30 человек на

a две; **b** три одинаковые команды?

5 Сколькими способами можно переставить буквы слова СОЧЕТАНИЯ так, чтобы и гласные, и согласные шли в алфавитном порядке?

6 У Анны Алексеевны есть список из 100 задач по комбинаторике. Она хочет собрать из них 29 индивидуальных вариантов контрольной, в каждом варианте по 3 задачи. Сколькими способами она может это сделать? (Одна и та же задача может входить сразу в несколько вариантов, но двух совсем одинаковых вариантов быть не может. Порядок задач в варианте не важен.)

7 У карусели 10 сидений, расставленных по кругу. Сколькими способами можно покрасить 5 из них в синий цвет, а другие 5 — в красный? (Способы, переходящие друг в друга при повороте карусели, считаются одинаковыми.)

8 **a** Есть 15 девочек и 15 мальчиков. Для участия в конкурсе балльных танцев из них нужно выбрать команду, в которой поровну девочек и мальчиков. Докажите, что это можно сделать C_{30}^{15} способами. (Команда может быть любого размера. В частности, можно не посылать на конкурс вообще никого, или, наоборот, послать всех.)