

Математическая вертикаль, спецкурс, занятие 12

11 декабря 2021
Алгоритмы

1 Полк из 100 солдат подошёл к реке. По реке катались на лодке два мальчика. Лодка выдерживает одного солдата или двух мальчиков. Как всем солдатам переправиться на другой берег и вернуть лодку мальчикам?

2 В школьную столовую привезли 12-литровый бак, до краёв полный домашнего компота. У повара Кирилла есть кастрюля на 9 литров и бидон на 5 литров. К большому обеденному перерыву ему нужно получить ровно 6 литров компота. Как ему это сделать?

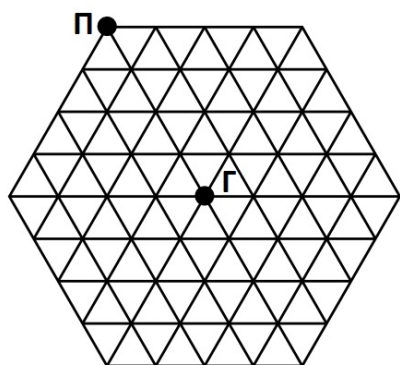
3 Макароны надо варить в кипящей воде ровно 15 минут. Как отмерить это время, пользуясь песочными часами на 7 минут и на 11 минут? (Вода уже кипит, макароны можно засыпать в любой момент.)

4 Семья ночью подошла к мосту. Папа может перейти его за 1 минуту, мама — за 2, малыш — за 5, а бабушка — за 10 минут. У них есть один фонарик. Мост выдерживает только двоих. Как им перейти мост за 17 минут? (Если переходят двое, то они идут с меньшей скоростью. Двигаться по мосту без фонарика нельзя. Светить издали нельзя. Носить друг друга на руках нельзя. Кидаться фонариком тоже нельзя.)

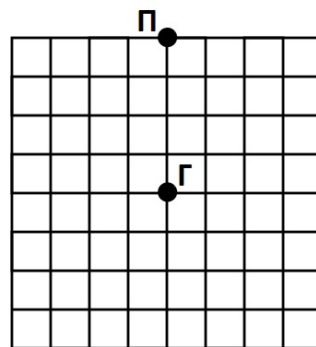
5 **a** Зброшенный завод имеет форму шестиугольника со стороной 48 метров, разделённого коридорами на треугольники со стороной 12 метров. В центре завода находится гангстер, а у одного из углов — ловящий его полицейский. Гангстер ходит по коридорам завода с максимальной скоростью 1 м/с. Полицейский бежит вдоль стен завода с максимальной скоростью 3 м/с, а внутрь не заходит. Оба могут перемещаться и с меньшей скоростью или вообще стоять на месте. Если гангстер выйдет за стены завода, и его не поймают в ту же секунду, то он сядет в автомобиль и сбежит.

Полицейский видит по камерам, где находится гангстер, а сообщник передаёт гангстеру по рации, где находится полицейский. Сможет ли гангстер сбежать?

b Та же задача, только завод — это квадрат 96×96 метров, линии сетки делят его на 64 квадрата 12×12 метров. Полицейский начинает у середины стороны завода, и его максимальная скорость — 4 м/с (а скорость гангстера по-прежнему 1 м/с). Сможет ли гангстер сбежать в этом случае?



a)



b)

6 Сломанный калькулятор выполняет только одну операцию «звёздочка»: $a \star b = 1 - \frac{a}{b}$. Покажите, что с помощью этого калькулятора всё же возможно вычислить а) частное и произведение двух ненулевых чисел; б) разность и сумму двух чисел.

7 Несколько торговцев с охраняющим их самураем подошли к переправе. Есть двухместная лодка. Но торговцы самурая побаиваются, им неприятно оставаться с ним один на один в лодке или на берегу. При каком наименьшем числе торговцев всей группе удастся переправиться, избежав неприятных ситуаций?

8 По древнегреческой легенде, Danaиды — 49 дочерей царя Даная — в наказание за убийство своих мужей были низвержены олимпийскими богами в Тартар и осуждены вечно наполнять водой бездонную бочку.

а) У одной из Danaид есть источник воды и два ведра в 5 и 7 литров. Ей требуется отмерить с их помощью 1 литр воды. Но есть небольшая загвоздка — после каждых двух переливаний, которые она совершает (наполнение и опорожнение ведра считается за переливание), боги Олимпа выливают воду из одного из вёдер (на свой выбор). Смогут ли боги помешать Danaиде?

б) У другой Danaиды есть не только неиссякающий источник воды, но и бесконечный запас вёдер в 5 и 7 литров. Смогут ли боги помешать и этой Danaиде?

в) Наконец, у третьей Danaиды есть три ведра — объёмом 3, 5 и 7 литров. Сможет ли она отмерить литр, несмотря на козни олимпийцев?