

Математическая вертикаль, спецкурс, занятие 11

4 декабря 2021

Количество информации

0 **a** Есть 27 монет, одна из них фальшивая (она легче настоящих). Как найти её за 3 взвешивания на чашечных весах?

b Можно ли обойтись меньшим числом взвешиваний?

c Первым взвешиванием Аня положила на чаши весов не по 9 монет. Покажите, что так найти фальшивую монету за 3 взвешивания не выйдет.

1 Вася загадал одну из вершин куба.

a Сколько вопросов (допускающих ответы «да» или «нет») Петя должен задать Васе, чтобы наверняка определить эту вершину?

b Изменится ли количество вопросов, если Вася потребует, чтобы Петя написал все вопросы на бумажке заранее, и только потом начнёт на них отвечать?

2 Саша загадал двузначное число, а Аня хочет его отгадать (задавая вопросы, требующие ответы «да» или «нет»). За какое минимальное число вопросов она гарантировано угадает?

3 **a** Среди трех монет ровно одна фальшивая, но она может быть как легче, так и тяжелее настоящих. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно её выявить и выяснить, легче ли она настоящей?

b То же для пяти монет.

4 Кощей Бессмертный спрятал иглу свою в один из 100 сундуков. Как узнать местоположение иглы за 15 вопросов (на которые можно ответить «да» или «нет»), если известно, что Кощей соврёт не более одного раза.

5 На Луне в обращении находятся какие-то монеты достоинством в целое число селенов. У Бибигона с собой несколько монет, причём он может заплатить без сдачи любую сумму от 1 до 16 селенов включительно. Какое минимальное количество монет могло быть у Бибигона?

6 Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Задайте Илье Муромцу минимальное число вопросов, на которые он может дать ответы «да», «нет» или «не знаю», чтобы определить, какие монеты ему достались.

7 **a** Имеется одна заведомо настоящая монета и 5 подозрительных, среди которых одна фальшивая, отличающаяся по весу от настоящих (при этом неизвестно, тяжелее она или легче). Внешне подозрительные монеты неразличимы. Как найти фальшивую монету за два взвешивания на чашечных весах без гирь?

b Можно ли это сделать, если подозрительных монет не 5, а 6?

8 **a** Патриций решил устроить праздник и для этого приготовил 9 бочек вина. Однако выяснилось, что вино в одной из бочек отравлено: человек, его выпивший, умирает в течение 24 часов (не обязательно ровно через 24 часа!). До праздника осталось два дня (48 часов). У патриция есть два раба, которыми он готов пожертвовать. Как ему вычислить отравленную бочку?

b Теперь предположим, что бочек 100, а у патриция четыре раба. Сможет ли он в этом случае найти отравленную бочку?

6 Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Задайте Илье Муромцу минимальное число вопросов, на которые он может дать ответы «да», «нет» или «не знаю», чтобы определить, какие монеты ему достались.

7 **a** Имеется одна заведомо настоящая монета и 5 подозрительных, среди которых одна фальшивая, отличающаяся по весу от настоящих (при этом неизвестно, тяжелее она или легче). Внешне подозрительные монеты неразличимы. Как найти фальшивую монету за два взвешивания на чашечных весах без гирь?

b Можно ли это сделать, если подозрительных монет не 5, а 6?

8 **a** Патриций решил устроить праздник и для этого приготовил 9 бочек вина. Однако выяснилось, что вино в одной из бочек отравлено: человек, его выпивший, умирает в течение 24 часов (не обязательно ровно через 24 часа!). До праздника осталось два дня (48 часов). У патриция есть два раба, которыми он готов пожертвовать. Как ему вычислить отравленную бочку?

b Теперь предположим, что бочек 100, а у патриция четыре раба. Сможет ли он в этом случае найти отравленную бочку?