

Математическая вертикаль, спецкурс, занятие 1

4 сентября 2021

Можно или нельзя?

1 Вася решил расставить на шахматной доске 15 коней так, чтобы каждый конь бил ровно одного из оставшихся. Удастся ли Васе это сделать?

2 Паша и Андрюша — близнецы, они родились с интервалом в 10 минут. Однажды их спросили, сколько им лет. «Мне вчера исполнилось семь», — гордо ответил Паша. «А мне семь исполнится только завтра», — признался Андрюша. Могло ли такое быть?

3 Существуют ли три натуральных числа, попарные суммы которых равны:

a 1542, 1543, 1544; **b** 2019, 2020, 2021?

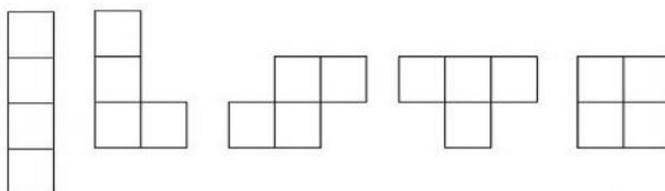
4 Вендинговый автомат работает ежедневно, а по вечерам владелец автомата подсчитывает свою прибыль. Оказалось, что за каждые два подряд идущих дня он оказывался в минусе. Мог ли автомат за сентябрь всё-таки принести прибыль? А за октябрь?

5 На острове живёт 1543 человека, каждый либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжёт). Заезжий журналист написал в газете, что опросил всех островитян, и некоторые ему сказали, что на острове проживает чётное число рыцарей, а остальные заявили, что на острове нечётное число лжецов. Не напутал ли что-то журналист?

6 В коробке лежат белые, синие, красные и зеленые конфеты. Белых конфет в четыре раза меньше, чем синих, красных и зеленых вместе взятых. Синих конфет в шесть раз меньше, чем белых, красных и зеленых вместе. Юля ест по конфете в день. Хватит ли ей конфет на весь сентябрь?

7 Можно ли найти несколько (два или более) натуральных чисел таких, чтобы и их сумма, и их произведение равнялись 1543? А чтобы сумма и произведение равнялись 2021?

8 Можно ли из пяти фигур, изображённых на рисунке, сложить прямоугольник 4×5 ? Фигуры можно поворачивать и переворачивать.



9 В высокой башне заточены Король, Принц и Принцесса. Единственной связью с миром им служат две корзины, в которых им поднимают еду. Когда одна корзина на земле, вторая находится на уровне окна башни. Когда одна корзина становится тяжелее другой, она опускается. Однако, когда разница в весе становится больше пятнадцати фунтов, более тяжелая корзина стремительно падает вниз. Могут ли все узники выбраться из башни, если Король весит 195, Принц — 105, а Принцесса — 90 фунтов? (В башне имеется пушечное ядро весом 75 фунтов. Принцесса поднять ядро не может.)

10 В однокруговом футбольном турнире за победу давали 3 очка, за ничью 1 очко, за поражение 0 очков. Команда «Калоша» одержала больше всех побед. Могла ли «Калоша» набрать меньше всех очков?

11 Можно ли некоторые клетки доски 9×9 покрасить в синий цвет так, чтобы для каждой клетки ровно две соседние с ней клетки были бы синими? (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.)

12 Можно ли на окружности расположить числа $0, 1, 2, \dots, 9$ так, чтобы любые два соседних числа отличались на 3, 4 или 5?

13 В тюрьму поместили 100 узников. Надзиратель сказал им: «Я дам вам вечер поговорить друг с другом, а потом расскажу по отдельным камерам, и общаться вы больше не сможете. Иногда я буду одного из вас отводить в комнату, в которой есть лампа (сейчас она выключена). Уходя из комнаты, вы можете оставить лампу как включённой, так и выключенной.

Если в какой-то момент кто-то из вас скажет мне, что вы все уже побывали в комнате, и будет прав, то я всех вас выпущу на свободу. А если неправ — скормлю всех крокодилам. И не волнуйтесь, что кого-нибудь забудут — если будете молчать, то все побываете в комнате, и ни для кого никакое посещение комнаты не станет последним.»

Могут ли узники спастись?