

Математический кружок 6 класса в школе 1543.
Делимость. Жёлтые.

Две первоклассницы не поделили парня, потому что деление проходят только во втором классе.

- Натуральное число делится на 2 (на 5) тогда и только тогда, когда на 2 (соответственно, на 5) делится его последняя цифра.
- Натуральное число делится на 4 тогда и только тогда, когда на 4 делится число, образованное его последними двумя цифрами.
- Натуральное число делится на 3 (на 9) тогда и только тогда, когда на 3 (соответственно, на 9) делится сумма его цифр.
- Натуральное число делится на 11, если сумма его цифр, стоящих на нечётных местах, минус сумма цифр, стоящих на чётных местах, делится на 11.

1 Верно ли, что если число одновременно делится на 4 и на 6, то оно делится и на 24?

2 Замените звездочки в записи числа 72^*4^* цифрами так, чтобы это число делилось на 45.

3 Не вычисляя произведения $2022 \cdot 15 \cdot 77$, определите, делится ли оно на 2, 3, 9, 35, 80, 6066.

4 В стране Цифра есть 2022 города с названиями 1, 2, 3, 4, 5, ..., 2022. Путешественник обнаружил, что два города соединены односторонней авиалинией в том и только в том случае, если число, составленное из чисел-названий этих городов, делится на 3. (Например, число, составленное из названий городов 13 и 1364, равно 131364. Оно делится на 3: $131364 : 3 = 43788$, поэтому из города 13 в город 1364 ведёт авиалиния.) Можно ли добраться из города 1 в город 2022?

5 Является ли число 12345678926 квадратом какого-то другого числа?

6 Какое минимальное количество последовательных натуральных чисел надо взять, чтобы их произведение гарантированно делилось **a** на 6; **b** на 30; **c** на 120?

7 Сколькими нулями оканчивается число $2021! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2019 \cdot 2020 \cdot 2021$?

8 Докажите, что из 100 любых натуральных чисел можно выбрать не менее 99 так, чтобы их сумма была бы составным числом.

9 Маша написала 18 последовательных трёхзначных чисел. Докажите, что хотя бы одно из них делится на сумму своих цифр.

10 (СУПЕР) Число a в три раза больше суммы своих цифр. Докажите, что число a делится на 27. Обязательно ли оно делится на 81?