

Математический кружок 6 класса в школе 1543.  
Делимость. Зелёные.

Две первоклассницы не поделили парня, потому что деление проходят только во втором классе.

---

### Вступление

- Натуральное число делится на 2 (на 5) тогда и только тогда, когда на 2 (соответственно, на 5) делится его последняя цифра.
- Натуральное число делится на 4 (на 25) тогда и только тогда, когда на 4 (соответственно, на 25) делится число, образованное его последними двумя цифрами.
- Натуральное число делится на 3 (на 9) тогда и только тогда, когда на 3 (соответственно, на 9) делится сумма его цифр.
- Натуральное число делится на 11, если сумма его цифр, стоящих на нечётных местах, минус сумма цифр, стоящих на чётных местах, делится на 11.

**1** Докажите, что произведение любых трёх подряд идущих чисел делится на 6.

**2** Является ли число 12345678926 квадратом?

**3** Верно ли, что число делится на 27 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 27?

**4** Делятся ли на 11 числа **a** 2250459156; **b** 981290131?

### Задачи для самостоятельного решения

**0** Принимающий напишет какое-нибудь число, а вы скажете, делится ли оно на 2, 3, 4, 5, 8, 9, 11.

**1** Докажите, что произведение любых пяти последовательных чисел делится **a** на 30; **b** на 120.

**2** Дома у Олега есть сейф, но кода он не знает. Бабушка рассказала Олегу, что код состоит из 7 цифр — двоек и троек, причем двоек больше, чем троек. А дедушка — что код делится и на 3, и на 4. Сможет ли Олег с первой попытки открыть сейф?

**3** Может ли число, записываемое при помощи 100 нулей, 100 единиц и 100 двоек, быть точным квадратом?

**4** Известно, что  $25! = 155112100433309 * 5984000000$ . Какую цифру заменили звёздочкой?

**5** Есть ли решения у ребуса  $AB \times BC = DDEE$ ? (Разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми — одинаковые.)

## Делимость. Зелёные. Добавка.

6 Можно ли составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 (использованных по одному разу) шестизначное число, которое делится на 11?

7 Маша написала 18 последовательных трёхзначных чисел. Докажите, что хотя бы одно из них делится на сумму своих цифр.

8 Катя перемножила четыре подряд идущих натуральных числа, и оказалось, что произведение делится на 1000. Какие наименьшие числа могла перемножить Катя?

9 Назовем пятизначное число *неразложимым*, если оно не раскладывается в произведение двух трёхзначных чисел. Какое наибольшее количество неразложимых пятизначных чисел может идти подряд?

10 Олег пишет на доске последовательность натуральных чисел. Первое число  $N$  написано заранее. Новые натуральные числа он получает так: вычитает из последнего записанного числа или прибавляет к нему любой его делитель, больший 1. При любом ли натуральном  $N$ , большем 1, Олег сможет в какой-то момент написать на доске число 2021?

### Суперзадача

1 В каждую клетку таблицы  $100 \times 100$  записали по ненулевой цифре. Оказалось, что все 100 стозначных чисел, записанных по горизонтали в строках таблицы, делятся на 11. Могло ли так получиться, что из ста стозначных чисел, записанных по вертикали в столбцах таблицы, ровно 99 делятся на 11?

