

Математический кружок 6 класса в школе 1543. Вспоминаем комбинаторику. Зелёные.

Вступление

Правило сложения: если есть a способов сделать A и b способов сделать B , то сделать A или B можно $a + b$ способами.

Правило умножения: пусть у нас есть a способов сделать A . И пусть, как бы мы ни делали A , у нас есть b способов сделать после этого B . Тогда сделать сначала A , а потом B можно $a \cdot b$ способами.

- Произведение $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_b$ обозначается как a^b и читается « a в степени b ».
- Произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ обозначается как $n!$ и читается « n факториал».

1 Для игры «Dungeons & Dragons» используются «кубики» с разным количеством граней. Кидают три «кубика», у одного 6 граней, у другого 8, у третьего — 10. Сколькими способами они могли выпасть?

2 Сколько различных последовательностей букв можно получить, переставляя буквы в слове КОМБИНАТОРИКА?

3 Сколько существует трёхзначных чисел, в которых есть хотя бы одна цифра 9?

Задачи для самостоятельного решения

1 Из A в B ведет 4 дороги, из B в C ведет 6 дорог, а из A в C ведет 7 дорог. Сколько существует способов добраться из A в C , если все дороги односторонние?

2 **a** Сколько различных 6-буквенных слов (включая бессмысленные) можно составить из букв П, А, Л, Б, Т, О?

b А сколько слов можно составить, если мягкий знак обязательно должен стоять после буквы Л?

c А сколько слов можно составить, если мягкий знак обязательно должен стоять после согласной?

3 Утром на кружок пришли 20 человек. Сколькими способами можно рассадить их в два кабинета? (Кабинеты могут пустовать.)

4 Пароль для телефона состоит из 7 цифр (и может начинаться с нуля). Сколько существует паролей, в которых

a есть ровно одна цифра 5?

b есть хотя бы одна цифра 5?

c есть ровно одна цифра 3 и ровно одна цифра 6?

d есть ровно две цифры 8?

5 Маленький мальчик Артур знает только шесть цифр: 2, 3, 5, 7, 8, 9. Однажды он решил выписать все шестизначные числа, в которых есть хотя бы две одинаковые цифры. Сколько чисел он выпишет?

Вспоминаем комбинаторику. Зелёные. Добавка.

6 Сколькими способами можно выстроить в шеренгу 5 мальчиков и 5 девочек так, чтобы

a мальчики и девочки чередовались?

b Среди первых пяти человек была хотя бы одна девочка?

7 Сколькими способами можно расставить на шахматной доске 8 ладей так, чтобы они не били друг друга?

8 На кружок по математике ходят 50 человек. Сколькими способами можно поделить их на жёлтую, зелёную и синюю группы? (Группы не могут быть пустыми.)

9 В зале стоят шесть стульев в два ряда — по три стула в каждом, один ряд ровно за другим. В зал пришли шесть человек различного роста. Сколькими способами можно рассадить их так, чтобы каждый человек, сидящий в первом ряду, был ниже человека, сидящего за ним?

10 Джеймс Бонд выкрал секретную флешку, но она оказалась защищена паролем. Известно что пароль состоит из 10 цифр и содержит хотя бы одну цифру 3 и хотя бы одну цифру 6. Сколько паролей придется перебрать Бонду, чтобы узнать содержание флешки?

Суперзадача

1 Что больше: число способов разложить 19 гирек с весами 1 г, 2 г, ..., 19 г на две чашки весов так, чтобы весы оставались в равновесии, или число способов разложить так 20 гирек с весами 1 г, 2 г, ..., 20 г?

