

Математический кружок 6 класса в школе 1543. Вспоминаем игры. Позиции. Зелёные.

Вступление

Позиция называется **выигрышной**, если игрок, делающий ход из этой позиции, может затем обеспечить себе выигрыш. В противном случае позиция называется **проигрышной**.

Позиции расставляются с конца по следующим правилам:

- позиция, из которой нельзя сделать ход, — выигрышная или проигрышная в зависимости от условия;
- если из позиции X можно попасть в проигрышную, то позиция X — выигрышная;
- если все ходы из позиции X ведут в выигрышные, то позиция X — проигрышная.

Победу может обеспечить себе первый игрок, если начальная позиция — выигрышная, и второй, если она проигрышная. Выигрышная стратегия — ходить на проигрышные позиции.

1 **a** Вначале в левом нижнем углу шахматной доски стоит ладья. Её за ход сдвигают вправо или вверх на любое число клеток. Проигрывает тот, кто не сможет ходить. Кто победит при правильной игре?

b А если тот, кому некуда ходить, выигрывает, то кто победит?

2 **a** На доске написано число 40. Два игрока по очереди отнимают любое число от 1 до 4 от числа на доске и записывают вместо него разность. Выигрывает игрок, который первый запишет на доске число 0. Кто победит при правильной игре?

b Кто выигрывает, если начать с числа 43?

Задачи для самостоятельного решения

1 **a** В левом нижнем углу доски 5×5 стоит хромой король, который за один ход может сдвинуться на одну клетку вправо, на одну клетку вверх или на одну клетку по диагонали вправо-вверх. Игроки ходят по очереди, Кто не может сделать ход — проиграл. У кого есть выигрышная стратегия?

b А если тот, кто не может сделать ход, выигрывает?

2 Вначале на доске написано число 2022. Каждым ходом из написанного числа нужно вычесть любую его ненулевую цифру. Выиграет тот, кто получит 0. Кто выигрывает при правильной игре?

3 Игра начинается с числа 1. За ход разрешается прибавить к имеющемуся числу любое натуральное число, не большее его. Выигрывает тот, кто получит 1000. У кого есть выигрышная стратегия?

4 Конь стоит на левом нижнем поле шахматной доски. За ход разрешается передвигать коня на две клетки вправо и одну клетку вверх или вниз, или на две вверх и на одну вправо или влево. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

5 Игра начинается с числа 60. За ход разрешается уменьшить имеющееся число на любой из его делителей. Проигрывает тот, кто получит ноль. Кто победит при правильной игре?

Вспоминаем игры. Позиции. Зелёные. Добавка.

6 В одной кучке лежит 12 орехов, а в другой 8. За ход можно либо взять сколько угодно орехов из одной кучки, либо взять поровну орехов из обеих кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. У кого есть выигрышная стратегия?

Подсказка: подумайте, как в этой задаче обозначать позиции удобным способом.

7 Имеются две кучки конфет: в одной — 2021, в другой — 2022. За ход нужно съесть одну из кучек, а вторую разделить на две не обязательно равных кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет: первый или второй?

8 Белая ладья преследует чёрного слона на доске 3×2022 (они ходят по очереди по обычным правилам). Как должна играть ладья, чтобы взять слона? Первый ход делают белые.

9 (СУПЕРЗАДАЧА) В ряд выписаны числа от 1 до 2022. Играют двое, делая ходы поочерёдно. За один ход разрешается вычеркнуть любое из записанных чисел вместе со всеми его делителями. Выигрывает тот, кто зачеркнёт последнее число.

a Докажите, что у одного из игроков есть выигрышная стратегия.

b Докажите, что она есть у первого игрока.