

Математический кружок 6 класса в школе 1543.
Остатки по модулю. Синие.

Две первоклассницы не поделили парня, потому что деление проходят только во втором классе.

Вступление

1 Пусть есть числа a , b и большой простой модуль M . Докажите, что числа a , $a + b$, $a + 2 * b \dots$ сначала пройдут все остатки по модулю M в каком-то порядке по одному разу, и только потом вновь получится остаток a

2 Какой остаток даст 2^{100} при делении на 5?

Задачи

1 Найдите последнюю цифру числа 2022^{2022}

2 Делится ли число $13^{42} + 42^{16}$ на 5?

3 Докажите, что $43^{23} + 23^{43}$ делится на 66.

4 Пусть $a^2 + b^2$ делится на 7. Докажите, что их произведение обязательно делится на 7.

5 Найдите последнюю цифру числа $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 999 \cdot 1000$.

6 Число x оканчивается на 5. Доказать, что x^2 оканчивается на 25.

7 На доске было написано число из нескольких семёрок: $777\dots77$. Влад стёр у этого числа последнюю цифру, полученное число умножил на 3 и к произведению прибавил стёртую цифру. С полученным числом он проделал ту же операцию, и так далее. Докажите, что через некоторое время у него получится число 7.

