

Математический кружок 6 класса в школе 1543.
Комбинаторика-3. Синие.

Как я люблю сочетание приятного с бесполезным.

Н. В. Богословский

1 В ряд лежат 20 одинаковых белых кубиков. Я хочу покрасить часть из них в чёрный цвет, а потом сложить белые кубики в одну коробку, а чёрные в другую. Сколько различных наборов из двух коробок может получиться в конце?

2 У меня есть 20 одинаковых шаров. Я хочу положить их в четыре разных ящика. Сколькими способами я смогу это сделать,

a) если в каждом ящике должен быть хоть один шарик?

b) если условие из пункта a) не требуется?

3 Пираты Джо, Билл и Том нашли клад, содержащий 80 одинаковых золотых монет, и хотят разделить их так, чтобы каждому из них досталось не менее 15 монет. Сколько существует способов это сделать?

			1			
			1		1	
		1	2	1		
	1	3	3	1		
	1	4	6	4	1	
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

Выше нарисован треугольник Паскаля, который строится следующим образом: каждое число равно сумме двух вышестоящих. Его строки нумеруются, начиная с нулевой, и числа в каждой строке нумеруются, начиная с нуля. (Например, вторым числом в четвёртой строке является 6.)

4 Встречается ли в треугольнике Паскаля число 1999?

5 Чему равна сумма всех чисел в n -ой строке треугольника? (Попробуйте найти закономерность, посчитав сумму для первых строк, а затем докажите её.)

6 Докажите, что в любой строке треугольника Паскаля (кроме нулевой) сумма чисел на чётных местах равна сумме чисел на нечётных местах.

7 Кузнечик прыгает по треугольнику Паскаля. Он умеет делать прыжки вниз-влево и вниз-вправо на соседнее число. Чему равно число различных путей кузнечика, ведущих из вершины в i -тый элемент n -той строки?

8 Докажите, что количество путей кузнечика из предыдущей задачи, ведущих из вершины в число на i -той позиции n -той строки, равно значению этого числа.