

Числа сочетаний. Синие.

— Он ведь тоже мучается, он, значит, наш, правда ведь?
Платонов. Котлован

Обозначим за C_n^k число способов выбрать из n объектов (людей, позиций) какие-то k .

В конце листка мы, конечно, выведем, его явную формулу, но пользоваться ей для решения задач листка нельзя. Можете считать, что C_n^k - это некоторая константа, которая неизвестна вам, но известна принимающему.

Например, ваш ответ может быть $C_4^2 + 2 \cdot C_5^3$

1 На плоскости отметили 10 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой.

a Сколько существует отрезков с концами в отмеченных точках?

b Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?

2 Рота состоит из трёх офицеров, шести сержантов и 60 рядовых. Сколькими способами можно выделить из них отряд, состоящий из офицера, двух сержантов и 20 рядовых?

3 Слово состоит из n букв A и k букв B . Сколько различных слов можно составить, переставляя буквы в этом слове?

4 Докажите, что

a $C_{n+m}^n = C_{n+m}^m$

b $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$

c $C_n^{m-1} + C_n^m = C_{n+1}^m$

5 Сколько решений имеет ребус

a Э < К < З < Е < М < П < Л < Я < Р

b П < Я < Т < Ё < Р < К < А

где разными буквами обозначены разные цифры?

6 Сколькими способами можно выбрать из полной колоды (52 карты) 10 карт так, чтобы

a среди них был ровно один туз?

b среди них был хотя бы один туз?

Комбинаторика. Числа сочетаний. Синие. Добавка.

7 У меня есть 20 одинаковых шаров. Я хочу положить их в четыре разных ящика. Сколькими способами я смогу это сделать.

a Если в каждом ящике должен быть хоть один шарик

b Если условия из пункта а) не требуется.

8 Три пирата Джо, Билл и Том нашли клад, содержащий 80 одинаковых золотых монет, и хотят разделить их так, чтобы каждому из них досталось не менее 15 монет. Сколько существует способов это сделать?

9 Сколькими способами можно выложить в ряд пять красных, пять синих и пять зелёных шаров так, чтобы какие-то два синих шара обязательно лежали рядом?

10 В выпуклом n -угольнике провели все диагонали. Оказалось, что никакие три из них не проходят через одну точку. Найдите число точек пересечения диагоналей (не считая вершин).

11 Выведите явную формулу чисел сочетаний.