

Математический кружок 6 класса в школе 1543.
Множества и круги Эйлера. Синие.

Во вселенной бесщётное множество миров, а я ещё и одного не завоевал!

Александр Македонский

1 **а** Два колокола начали бить одновременно. Первый колокол бьёт раз в 2 секунды, а второй — раз в 3 секунды. Сколько ударов мы услышим за минуту, если одновременные удары считать за один?

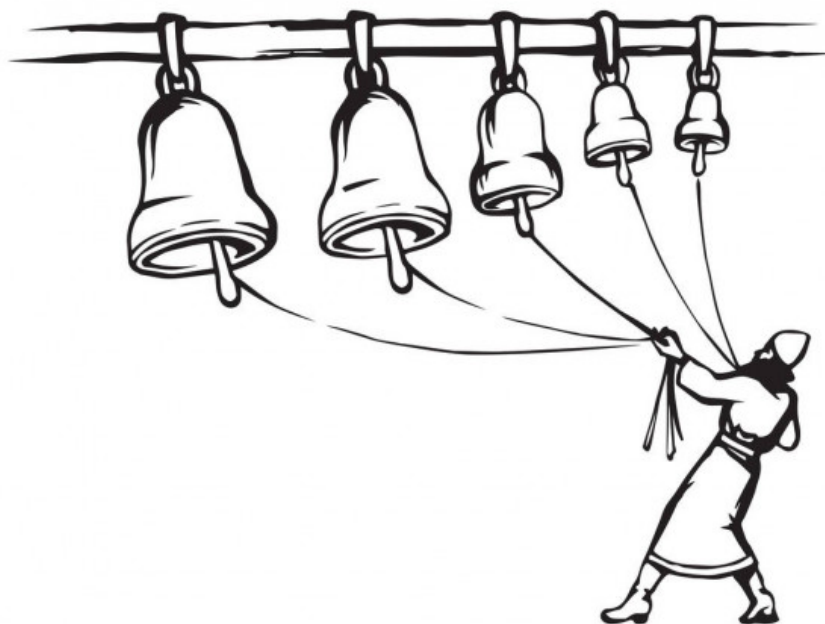
б Представьте, что теперь добавился третий колокол, бьющий раз в 5 секунд. Как изменится ответ?

2 В группе 40 туристов. Из них 20 человек знают английский язык, 15 — французский, 11 — испанский. Английский и французский знают 7 человек, английский и испанский — 5, французский и испанский — 3. Двое туристов знают все три языка. Сколько человек в группе не знает ни одного из этих языков?

3 У каждого из 30 шестиклассников есть одна ручка, один карандаш и одна линейка. После их участия в олимпиаде оказалось, что 26 учеников потеряли ручку, 23 — линейку и 21 — карандаш. Найдите наименьшее возможное количество шестиклассников, потерявших все три предмета.

4 Кое-кто в классе смотрит футбол, кое-кто — мультики, но нет таких, кто не смотрит ни то, ни другое. У любителей футбола средний балл по математике меньше 4, у любителей мультиков — тоже. Может ли в классе в целом средний балл по математике быть больше 4?

5 Антон, Артём и Вера решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовем задачу трудной, если её решил только один человек, и лёгкой, если её решили все трое. Насколько отличается количество трудных задач от количества лёгких?



Множества и круги Эйлера. Синие. Добавка.

6 На контрольной дали четыре задачи. Один школьник умеет решать их все. Каждую тройку задач умеют решать два школьника. Каждую пару задач — 6 школьников. Каждую задачу в отдельности умеют решать 15. Какое наименьшее количество школьников могло писать контрольную?

7 В 10 коробках лежат карандаши (пустых коробок нет). Известно, что в разных коробках разное число карандашей, причём в каждой коробке все карандаши разных цветов. Докажите, что из каждой коробки можно выбрать по карандашу так, что все они будут разных цветов.

8 Пол комнаты площадью 6 м^2 покрыт тремя коврами, площадь каждого из которых равна 3 м^2 . Докажите, что какие-то два из этих ковров перекрываются по площади, не меньшей 1 м^2 .

9 Давайте попробуем решить задачу в общем виде.

Некоторое неизвестное число людей учит различные иностранные языки. Каждый учит хотя бы один язык. Мы знаем общее число языков k , и кроме этого мы знаем числа a_1, a_2, \dots, a_k , про которые известно, что

- (1) Каждый язык учит a_1 человек.
- (2) Для каждой пары из двух языков существует ровно a_2 людей, которые учат оба выбранных языка.
- (3) Для каждой группы из трёх языков существует ровно a_3 людей, которые учат все три языка из выбранной группы.
- ...
- ($k-1$) Для каждой группы из $k-1$ языков существует ровно a_{k-1} людей, которые учат все $k-1$ языков из выбранной группы.
- (k) Ровно a_k человек учат все языки.

Хотим понять, сколько было всего людей. Давайте считать, что все числа корректны, то есть такая ситуация действительно произошла.

10 Петя нарисовал на плоскости квадрат 8×8 , разделил на 64 одинаковых квадратика и раскрасил их в шахматном порядке в чёрный и белый цвета. После этого он загадал точку, находящуюся строго внутри одного из этих квадратиков. Вася может начертить на плоскости любую замкнутую ломаную без самопересечений (она может выходить за границы квадрата) и получить ответ на вопрос, находится ли загаданная точка строго внутри ломаной или нет. За какое наименьшее количество таких вопросов Вася может узнать, какого цвета загаданная точка — белого или чёрного?